

Mathematik Ohne Grenzen



Probewettbewerb 2009/10

- Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Mit Ausnahme der Aufgaben 7, 8, 9 und 12 müssen alle Lösungen begründet werden.
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Remember

Die Lösung in muss einer der vier Fremdsprachen formuliert sein und mindestens 30 Wörter umfassen.



Grand-Père a trois filles : Anne, Béatrice et Chloé.
Il a six petits-enfants : quatre garçons (Emile, François, Gilles, Hector) et deux filles (Irène, Jeanne).
Grand-Père ne se souvient plus des prénoms des enfants de Béatrice mais se rappelle bien, par contre, que :

- de ses trois filles, c'est Béatrice qui a le plus d'enfants ;
- Anne n'a pas de fille ;
- Jeanne a deux frères et pas de sœur ;
- Irène n'a pas de sœur et n'a pas de frère ;
- Gilles a un frère mais pas de sœur ;
- Emile a une sœur ; Hector a une sœur.

Aider Grand-Père à retrouver les prénoms des enfants de Béatrice.

Grandpa has three daughters : Anne, Béatrice and Chloé.
He has six grandchildren : four boys (Emile, François, Gilles, Hector) and two girls (Irène, Jeanne).
Grandpa cannot now remember the names of Béatrice's children but, on the other hand, he remembers clearly that

- of his three daughters, Béatrice has the most children.
- Anne does not have a daughter
- Jeanne has two brothers and no sister
- Irène has no sister and no brother
- Gilles has a brother but no sister
- Emile has a sister. Hector has a sister.

Help Grandpa to remember the names of Béatrice's children.

El abuelo tiene tres hijas: Anne, Béatrice y Chloé.
Tiene seis nietos: cuatro niños (Emile, François, Gilles, Hector) y dos niñas (Irène, Jeanne).

El abuelo ya no se acuerda de los nombres de los hijos de Béatrice pero sin embargo si se acuerda, que:

- De sus tres hijas, Béatrice es la que tiene más hijos;
- Anne no tiene niña;
- Jeanne tiene dos hermanos y no tiene hermana;
- Irène no tiene hermana y no tiene hermano;
- Gilles tiene un hermano pero no tiene hermana;
- Emile tiene una hermana. Hector tiene una hermana.

Ayuda al abuelo a recordar los nombres de los hijos de Béatrice.

Nonno ha tre figlie: Anna, Beatrice e Cloe.
Ha sei nipoti: quattro maschi (Emilio, Francesco, Egidio ed Ettore) e due femmine (Irene e Gianna).
Egli non si ricorda i nomi dei figli di Beatrice, ma è sicuro che :

- delle tre figlie, Beatrice è quella con il maggior numero di figli;
- Anna non ha figlie ;
- Gianna ha due fratelli e non ha sorelle ;
- Irene non ha né sorelle né fratelli ;
- Egidio ha un fratello, ma nessuna sorella ;
- Emilio ha una sorella ; Ettore ha una sorella.

Aiutate il Nonno a ritrovare i nomi dei figli di Beatrice.



Aufgabe 2 5 Punkte

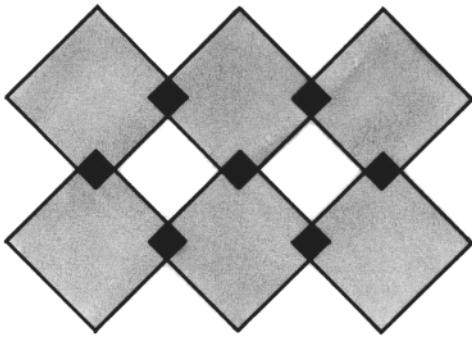
Gut eingefädelt

Cloé besitzt 11 Perlen. Jede Perle trägt eine Zahl:

(-5) (-4) (-3) (-2) (-1) (0) (1) (2) (3) (4) (5)

Sie möchte die Perlen zu einer Kette aufreihen. Wenn man diese schließt, soll die Summe der Zahlen zwei benachbarter Perlen immer entweder -1, 0 oder 1 ergeben.

Gebt eine Anordnung der Perlen an, welche dieser Vorschrift genügt. Wie viele Lösungen gibt es? Begründet.



Aufgabe 3 7 Punkte

Design

Wie bei den Olympischen Spielen, ist auch bei „Mathematik ohne Grenzen“ nicht der Sieg, sondern die Teilnahme wichtig.

Dieser Gedanke hat Jidé veranlasst, für unseren Wettbewerb ein Logo aus sechs sich überschneidenden Quadraten vorzuschlagen. Die Überschneidungen bestehen aus kleinen Quadraten derselben Seitenlänge.

Zeichnet das Logo auf das Antwortblatt, wählt die Abmessungen dabei so, dass der Flächeninhalt des hellgrauen Bereichs 40-mal größer ist als der Flächeninhalt des dunkelgrauen Bereichs. Gebt die dazugehörige Rechnung an.

Aufgabe 4 5 Punkte

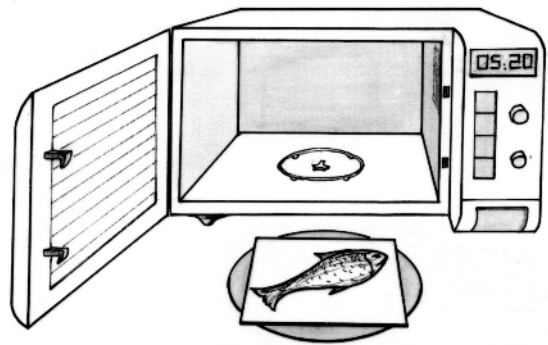
Und sie dreht sich doch!

Um sich sein Essen aufzuwärmen stellt Marc seinen Teller auf die Drehscheibe seines Mikrowellengeräts. Kleine Teller drehen sich nach dem Einschalten ohne Probleme, große Teller können manchmal an den Innenwänden des Geräts hängen bleiben und müssen dann genau auf der Mitte der Drehscheibe platziert werden, damit sie sich wieder bewegen können.

Der Innenraum des Geräts ist 16 cm hoch, Breite und Tiefe des Innenraumes betragen jeweils 35 cm.

Marc besitzt eine quadratische Servierplatte, die immer an den Innenwänden hängen bleibt, weil sie zu groß ist. Dagegen dreht sich eine seiner rechteckigen Servierplatten ohne Probleme, obwohl sie länger ist als die Seiten der quadratischen Platte.

Erklärt, wie so etwas möglich ist.



Aufgabe 5 7 Punkte

Letztes Drittel

Don Sallust besitzt 2009 völlig gleich aussehende Münzen. Davon sind 2008 aus purem Gold und gleich schwer. Eine Münze besteht aus einer Legierung und ist etwas leichter als die anderen.

Wären es nur 9 Münzen, unter denen sich die leichtere befindet, so könnte Don Sallusts Diener Blasius die leichtere mit einer Balkenwaage durch nur zwei Wiegevorgänge herausfinden.

Erklärt, wie Blasius dabei vorgehen müsste.

Beschreibt nun, wie man vorgehen kann, wenn man dieses Prinzip auf 2009 Münzen anwendet. Wie oft muss man dann wiegen, um die leichtere Münze sicher zu ermitteln?



Aufgabe 6 5 Punkte

Öl für zwei

Agrippina und Marius kommen vom Markt mit einem vollen Krug Öl zurück, der 8 Cotylas fasst (Cotyla ist eine antike römische Volumeneinheit).

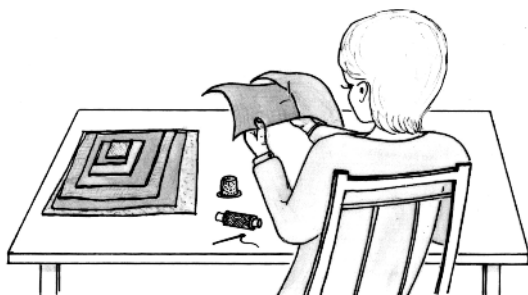
Zu Hause nehmen sie zwei leere Krüge, von denen im einen 5 und im anderen 3 Cotylas Platz haben. Ohne noch weitere Gefäße zu benutzen gelingt es ihnen, durch aufeinander folgende Umschüttungen die kostbare Flüssigkeit gerecht unter sich aufzuteilen.

Wie muss man es anstellen, damit man mit möglichst wenigen Umschüttungen auskommt?



Aufgabe 7
7 Punkte

Patchwork



Simone hat sich die Grundlagen des Patchwork angeeignet, einer Handarbeit, bei der in kunstvoller Weise Stoffreste aneinander genäht werden.

Sie hat neun Stücke unterschiedlicher Größe aus verschiedenen Stoffresten ausgeschnitten und möchte daraus ein Rechteck zusammennähen, das die Oberseite eines Kissens zieren soll. Das fertige Rechteck soll aus neun Quadraten mit den Seitenlängen 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 und 18 cm gebildet werden.

Findet die Abmessungen des Rechtecks heraus. Zeichnet Simones Patchwork im Maßstab 1:2.

Aufgabe 8
5 Punkte

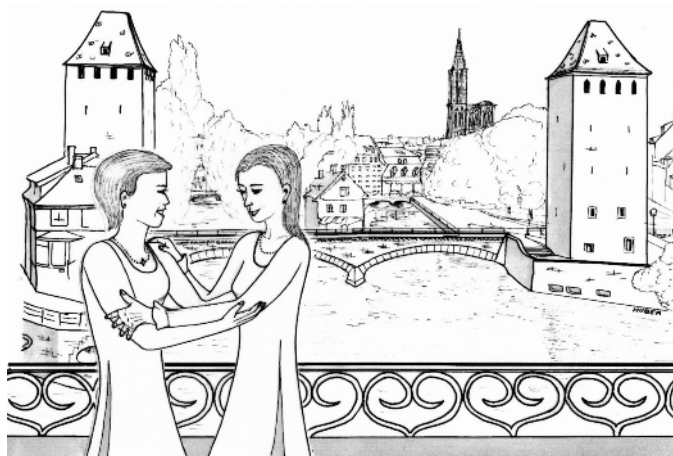
Begrüßungsküsschen

Zehn Freunde, die im Auto aus drei verschiedenen Gegenden anreisen, treffen sich in Straßburg. Ein Auto kommt aus der Auvergne, ein anderes aus der Bretagne und das dritte aus Katalonien. In jedem der drei Autos gibt es nicht mehr als fünf Plätze.

Zur Begrüßung werden Küßchen ausgetauscht. In der Bretagne gibt man sich 4 Begrüßungsküsschen, in der Auvergne sind es zwei und in Katalonien drei Küßchen.

Bei der Begrüßung werden insgesamt 75 Küßchen verteilt. Ihre Anzahl bei jeder einzelnen Begrüßung wird immer von der Person bestimmt, die üblicherweise weniger Küßchen gibt. Die Personen, die im selben Auto gekommen sind, küssen sich natürlich nicht.

Bestimmt jeweils die Anzahl der Personen, die aus der Auvergne, aus der Bretagne und aus Katalonien kommen. Weist nach, dass eure Lösung richtig ist.



Aufgabe 9
7 Punkte

Pentaeder

Aus einem Quadrat der Seitenlänge a , zwei gleichseitigen Dreiecken der Seitenlänge a und zwei Rauten, welche jeweils aus zwei gleichseitigen Dreiecken zusammengesetzt sind, lässt sich ein Körper mit fünf Seitenflächen bauen. Ein solcher Körper heißt Pentaeder.

Man „würfelt“ mit diesem Körper 100-mal, um herauszufinden, wie häufig er auf den verschiedenen Flächen liegen bleibt.

Baut ein Pentaeder, nummeriert seine Seitenflächen und führt 100 Würfe aus. Achtet darauf, dass euer Pentaeder sich in der Luft immer gut dreht.

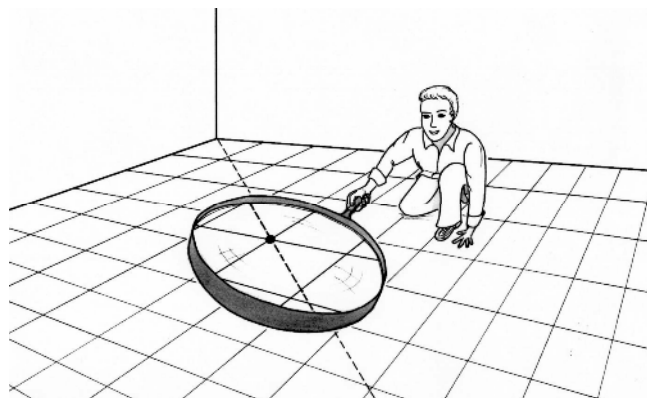
Zeichnet das Netz des Pentaeders. Tragt im Netz jeweils die relative Häufigkeit ein, mit welcher der Körper auf der entsprechenden Seitenfläche liegen blieb.

Aufgabe 10
10 Punkte

Diagonal

Der rechteckige Boden eines Raumes ist lückenlos mit gleich großen quadratischen Teppichfliesen belegt. Die Diagonale des Fußbodens überquert 36 Fliesen und verläuft zwischen den Raumecken an genau zwei Stellen exakt durch den gemeinsamen Eckpunkt von vier Fliesen.

Mit wie vielen Teppichfliesen ist der Fußboden höchstens belegt?



Stufe 10(G8)/11(G9)



Aufgabe 11 5 Punkte

Warm und kalt

Beim Nachhausekommen bemerkt Joffrey, dass sein Radiowecker blinkt und 01:15 anzeigt. Offenbar gab es während seiner Abwesenheit einen Stromausfall. Als die Störung vorbei war, schaltete sich der Wecker wieder ein und zeigte 00:00 an.

Da er nicht weiß, wie lange der Stromausfall gedauert hat, kontrolliert er seine Tiefkühltruhe. Ihr Thermometer zeigt -17°C an, ihre normale Betriebstemperatur beträgt -18°C .

Joffrey geht davon aus, dass die Temperaturänderung in der Truhe proportional zur Einschaltdauer und zur Dauer der Stromunterbrechung ist. Er schätzt, dass die Innentemperatur im ausgeschalteten Zustand stündlich um $0,5^\circ\text{C}$ steigt und nach dem Wiedereinschalten um 2°C pro Stunde abnimmt, bis -18°C erreicht sind.

Wie lange müsste dann der Stromausfall angedauert haben? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 12 7 Punkte

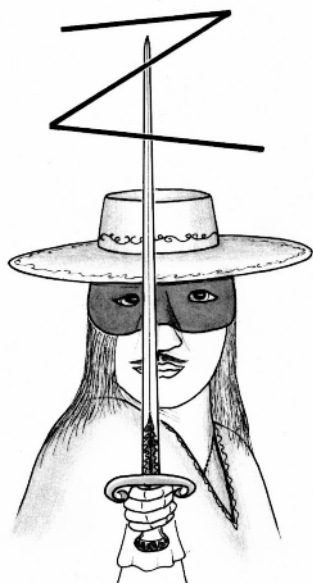
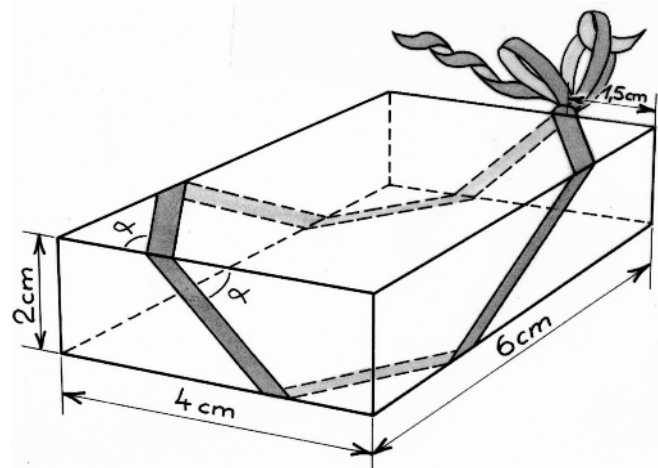
Weihnachtspäckchen

Gabriele hat ein Weihnachtsgeschenk in eine quaderförmige Schachtel verpackt und mit einem hübschen Band umwickelt, wie es in der Abbildung zu sehen ist. Dabei stellt sie fest, dass die Winkel, welche das Band mit der jeweiligen Kante bildet, immer gleich groß sind.

Gabriele fragt sich nun, wie groß die Winkelgröße sein muss, damit sie beim Umwickeln wieder dort ankommt wo sie angefangen hat.

Zeichnet das Netz des Quades und erweitert es so, dass man den Verlauf des Bandes in einem Zug einzeichnen kann, in der Reihenfolge in der die einzelnen Flächen überquert werden.

Bestimmt mit Hilfe des Taschenrechners einen Näherungswert des Winkels α auf ein Grad genau. Gebt die Rechnung an.



Aufgabe 13 10 Punkte

Zorro ist wieder da!

Don Diego de la Vega markiert mit der Spitze seines Degens auf einem rechtwinkligen Dreieck ein Z und zerlegt es dadurch in vier Dreiecke mit gleichem Flächeninhalt. Sein Z ist ein Streckenzug aus drei Abschnitten, deren Anfangs- und Endpunkte jeweils auf einer Seite oder in einem Eckpunkt des Ausgangsdreiecks liegen. Das Ausgangsdreieck hat die Seitenlängen 20 cm, 16 cm und 12 cm.

Zeichnet drei unterschiedliche Dreieckszerlegungen dieser Art auf. Präzisiert jeweils für die Anfangs- und Endpunkte der Abschnitte des Streckenzugs die Lage auf den Seiten des Ausgangsdreiecks.