Mathematik ohne Grenzen

Probewettbewerb 1998/99

Für jede Aufgabe, auch für die nicht bearbeiteten, ist ein gesondertes Lösungsblatt abzugeben.

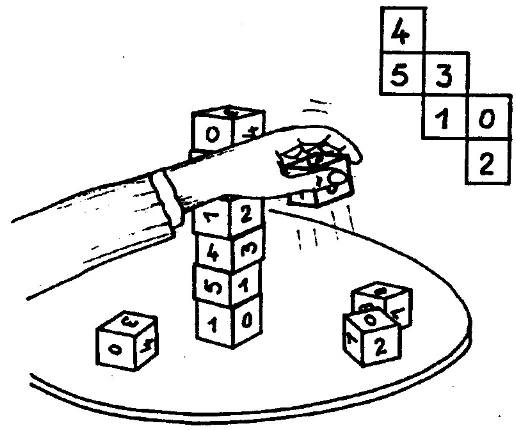
Bei den Aufgaben 2, 5, 6, 7 und 9 ist keine Erklärung verlangt.
Bei allen anderen Aufgaben muss die Lösung begründet werden.

Aufgabe 1 – 10 Punkte – Kubismus

Die Lösung soll in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und mindestens 30 Wörter umfassen.

Pierre a construit une tour en empilant sur une table dix cubes identiques. Voici le patron de l'un d'eux. Pierre vous annonce le nombre inscrit sur la face supérieure de la tour et vous demande la somme des nombres inscrits sur toutes les faces visibles de la tour.

Comment procédez vous? Justifiez votre réponse.



Peter has built a tower by piling ten identical cubes on a table. Here is the design of one of them. Peter tells you the number written on the top-side of the tower and asks you: "What is the sum of the numbers written on all visible sides of the tower?"

How will you go about it? Explain your answer.

Piero ha costruito una torre impizando su un tavolo 10 cubi identici. Ecco in figura il modello esploso di uno dei cubi. Piero vi comunica il numero scritto sulla faccia superiore della torre e vi domanda la somma dei numeri scritti su tutte le facce visibili della torre.

In che modo procedete? Giustificate la vostra soluzione.

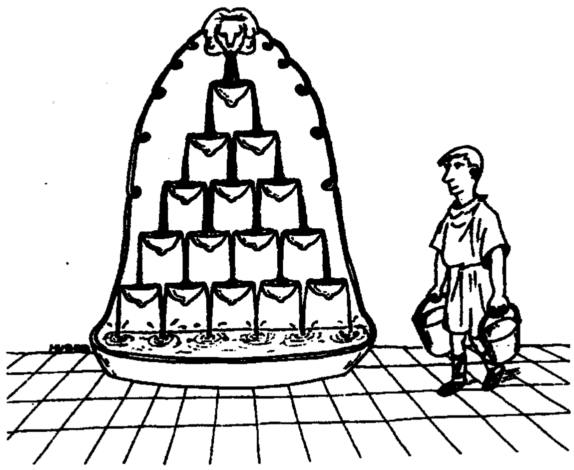
Pedro ha hecho una torre apilando en un mesa 10 cubos idénticos. Aquí está el modelo de uno de ellos. Pedro le da el número marcado en la cara superior de la torre y le pide la suma total de los números marcados en todas las caras visibles de la torre.

¿Cómo lo resuelve usted? Explicar la respuesta.

Aufgabe 2 – 5 Punkte – Fontana Romana

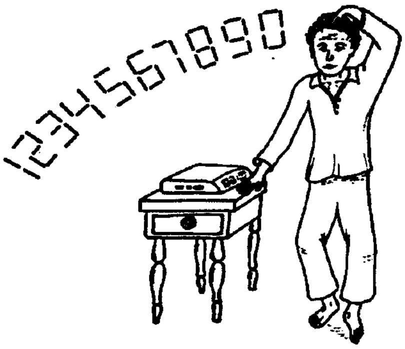
Alle Schalen des abgebildeten Brunnens sind gefüllt und laufen über. Aus jeder Schale ergießt sich die hinzukommende Wassermenge zu gleichen Teilen über den linken und rechten Rand in die darunterliegenden Schalen. Im Verlauf eines Tages fließt in die oberste Schale ein Kubikmeter Wasser.

Gib die Wassermenge, die sich in jede der Brunnenschalen ergießt, als Bruchteil eines Kubikmeters an.



Aufgabe 3 10 Punkte

Uhr kaputt



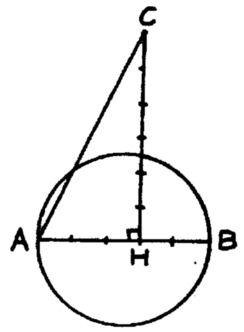
Die Leuchtziffern auf Henris Wecker sind jeweils aus sieben Segmenten zusammengesetzt. Entsprechend der dargestellten Ziffer sind bestimmte Segmente hell, während die anderen dunkel bleiben.

Eines der Segmente der Anzeige ist ausgefallen und leuchtet nicht mehr. Aus diesem Grund ist Henri heute nach einem Blick auf den Wecker eine ganze Stunde zu früh aufgestanden.

Welches der Segmente funktioniert nicht mehr? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 4 5 Punkte

To π or not to π



Aus der Zeit um 1680 ist folgende Konstruktionsbeschreibung von Thomas Hobbes überliefert:

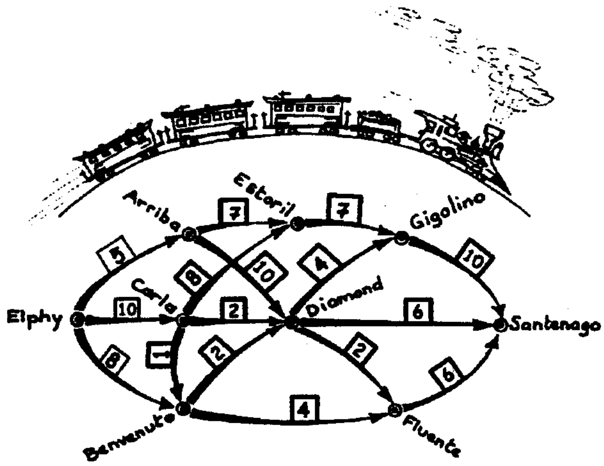
- Zeichne einen Kreis mit einem Durchmesser von einem Dezimeter.
- Unterteile einen der Kreisdurchmesser mit den Endpunkten AB in fünf gleich lange Teile.
- Konstruiere das rechtwinklige Dreieck AHC wie in der Abbildung angegeben, wobei die Länge von HC 6/5 dm beträgt.

Hobbes behauptete, der Umfang dieses Dreiecks betrage π dm.

Was meinst du dazu? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 5 10 Punkte

Nach Fahrplan



Die Abbildung zeigt ein Eisenbahnnetz. Für jeden Streckenabschnitt zwischen zwei Städten ist die Maximalzahl der Züge angegeben, die dort täglich in der angegebenen Richtung verkehren können. Die Strecke von Elphy nach Santenago bewältigt man in weniger als einem Tag. Wie man sieht, können täglich höchstens 23 Züge in Elphy losfahren.

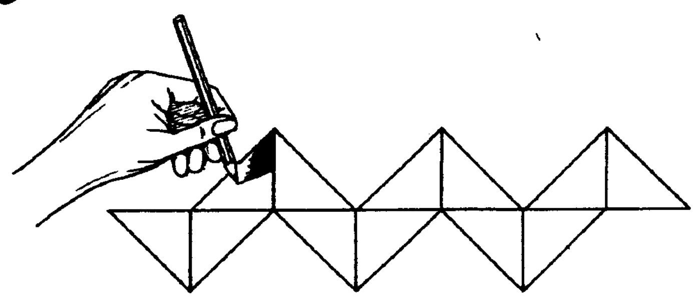
Wie viele Züge können im Verlauf eines Tages von Elphy nach Santenago gelangen?

Zeichne das Streckennetz ab und gib für jeden der benutzten Streckenabschnitte an, von wie vielen dieser Züge er befahren wird.

Aufgabe 6 5 Punkte

Würfelschlange

Unser Zeichner hatte die verrückte Idee, das Netz eines Würfels so darzustellen, dass es aus lauter rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecken besteht.

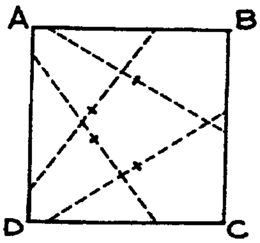


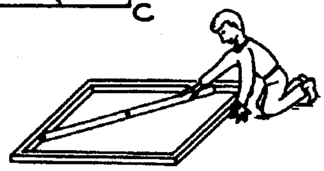
Übertrage dieses Netz auf das Antworblatt.

Male die Flächen mit drei verschiedenen Farben so an, dass Flächen, welche sich bei diesem Würfel gegenüberliegen, die gleiche Farbe erhalten.

Aufgabe 7
10 Punkte

Alles im Rahmen





Die Innenfläche ABCD eines Rahmens ist quadratisch und hat eine Seitenlänge von 13 cm. Im Inneren dieses Rahmens befindet sich ein 15 cm langer Stab, dessen Enden stets die Innenkanten des Rahmens berühren sollen.

Konstruiere punktweise die Kurve, auf welcher die Mittelpunkte des Stabes liegen, wenn dieser alle möglichen Positionen einnimmt.

Aufgabe 8
5 Punkte

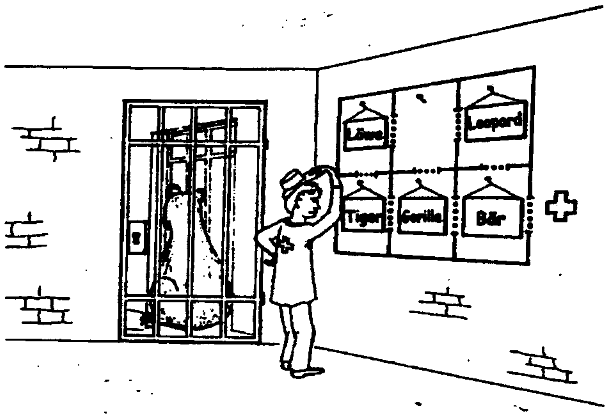
Steinbruch

Dem armen Müller ist ein Mühlstein zerbrochen. Aber drei der Bruchstücke kann der Müller noch gut gebrauchen. Sie wiegen 1 kg, 3 kg und 9 kg. Auf einer Balkenwaage lassen sich damit alle ganzzahligen Massen von 1 kg bis 13 kg abwiegen.

Erkläre, wie der Müller beim Abwiegen jeweils vorgehen muß.

Aufgabe 9
10 Punkte

Nicht artgerecht



Der Wärter des Tierhospitals hat ein Problem. Wie man auf dem Plan sieht, gelangt man zu den Käfigen der Tiere nur durch einen einzigen Zugang, der im Behandlungsraum liegt. Benachbarte Käfige sind jeweils durch eine Gittertür untereinander verbunden.

Der Bär wurde soeben behandelt und soll zur weiteren Beobachtung in den Käfig, in welchem sich der Leopard befindet. Um den Leoparden zu behandeln, muß dieser in den Käfig, wo jetzt noch der Bär untergebracht ist. Da man die Tiere wegen ihrer Gefährlichkeit nicht freilassen kann, ist ein Käfigwechsel nur über einen freien Nachbarkäfig möglich.

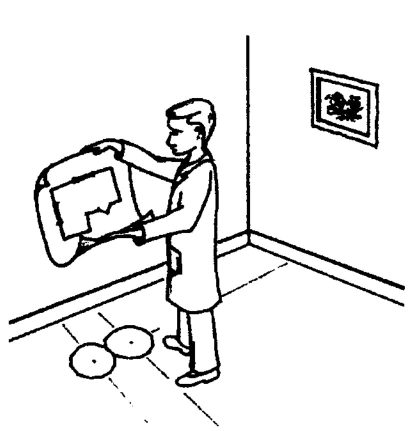
Gib in Form einer geordneten Liste an, wie die einzelnen Tiere ihre Plätze wechseln müssen, damit Bär und Leopard ihre Käfige tauschen können.

Aufgabe 10
15 Punkte

...und dazwischen Zwischenräume

Herr Kachelmann, hat eine Lieblingsfigur: das regelmäßige Zwölfeck. So wundert es nicht, daß er den Boden seines Wohnzimmers mit Fliesen dieser Form belegen möchte.

Die Fliesen haben eine Seitenlänge von 20 cm und sollen so angeordnet werden, daß sie sich an einer Seite berühren und ihre Mittelpunkte ein Quadratgitter bilden. Zwischen jeweils vier Fliesen bleibt ein Zwischenraum frei.



Konstruiere vier regelmäßige Zwölfecke, welche in der beschriebenen Weise angeordnet sind.

Berechne den Flächeninhalt der Figur, die von jeweils vier Fliesen mit 20 cm Seitenlänge umrahmt wird.

nur für Klasse 11

Aufgabe 11
5 Punkte

Schiff ahoi

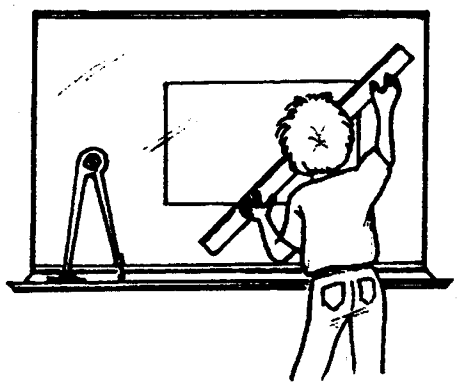
Irgendwo im Meer bewegt sich ein Schiffsgeschwader auf konstantem Kurs mit einer Geschwindigkeit von 12 Knoten, das sind 12 Seemeilen pro Stunde.

Ein Aufklärer verlässt das Geschwader mit einer konstanten Geschwindigkeit von 24 Knoten, ohne seinen Kurs zu verändern. Nach einer Strecke von 60 Seemeilen wendet er und kehrt auf direktem Weg zu den anderen Schiffen zurück.

Berechne in Stunden und Minuten die Zeit, welche der Aufklärer für seine Erkundungsfahrt benötigt, wenn man von konstanten Geschwindigkeiten ausgeht.

Aufgabe 12
10 Punkte

Qu'est-ce?



Pierre, Paul und Jacques brüten über einer Aufgabe von *Mathematik ohne Grenzen.*

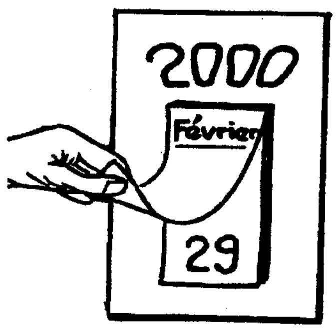
Bei einem Rechteck haben sie die Winkelhalbierenden der vier Innenwinkel eingezeichnet, welche sich in vier Punkten schneiden. Diese Punkte sind die Ecken eines neuen Vierecks.

– „Das ist wieder ein Rechteck“, sagt Pierre.
– „Ich denke es ist eine Raute“, bemerkt Paul.
– „Und wenn es nun ein Quadrat ist?“, meint Jacques.

Wer hat Recht? Zeichne die Figur und begründe deine Antwort.

Aufgabe 13
15 Punkte

Kalenderreform



Die mittlere Umlaufzeit der Erde um die Sonne beträgt ungefähr 365,2422 Tage. Da die Anzahl der Tage eines Jahres ganzzahlig ist, führte Julius Cäsar die Schaltjahre ein.

Später, unter Papst Gregor XIII, wurde folgende Schaltjahresregelung eingeführt:

- Ist die Jahreszahl ein Vielfaches von vier und kein Vielfaches von Hundert, so ist das Jahr ein Schaltjahr.
- Ist die Jahreszahl ein Vielfaches von 100, so liegt nur dann ein Schaltjahr vor, wenn die Jahreszahl durch 400 teilbar ist.

Berechne die Anzahl der Schaltjahre für einen Zeitraum von 400 Jahren und erläutere diese Regel.

Ist es sinnvoll, diese Regelung ein für alle Mal beizubehalten?

Zu Mathematik ohne Grenzen: Übersicht