# Mathematik ohne Grenzen

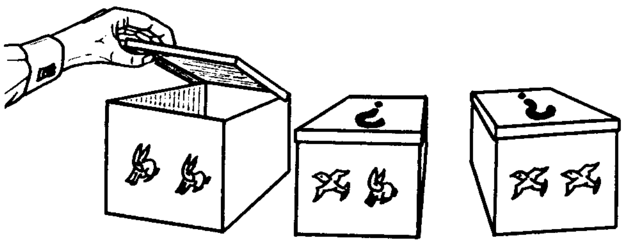
**Ein Klassenwettbewerb für Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufen 10 und 11**

**Probewettbewerb 1997/98**

---

**Bei den Aufgaben 2, 4, 6, 8, 9 und 12 ist keine Erklärung verlangt. Bei allen anderen Aufgaben muß die Lösung begründet werden. Für jede Aufgabe ist ein gesondertes Lösungsblatt zu verwenden.Auch Teillösungen werden bewertet.**

---



## Aufgabe 1
## 10 Punkte

## Gezaubert

**Die Lösung dieser Aufgabe soll in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und mindestens 30 Wörter enthalten.**

David le magicien entre en scène et présente au public trois grosses boîtes.

Sur l'une sont dessinés deux lapins, sur une autre sont dessinnées deux colombes et sur la troisième un lapin et une colombe.

Les yeux bandés, David demande à un spectateur de placer deux lapins dans une boîte, deux colombes dans une autre et enfin un lapin et une colombe dans la dernière boite de façon que le contenu de chaque boîte ne corresponde pas à son dessin.

David déclare alors qu'il lui suffit de sortir un seul animal d'une seule des trois boîtes pour trouver le contenu de chaque boîte.

***Expliquer son raisonnement.***

★★★

David the magician is going on stage and is showing the audience tree big boxes.

There are two rabbits drawn on one of the three boxes, two doves on another one and a rabbit and a dove on the last one.

Blindfolded David asks one of the members of the audience to put two rabbits into one box, two doves into another box and finally a rabbit and a dove into the last box so that the content of each box does not correspond to the drawing on it.

Then David announces that taking a single animal out of only one of the three boxes is enough for him to find out the content of each box.

***Explain his reasoning.***

Il prestigiatore Davide entra in scena e presenta al pubblico tre scatoloni.

Su uno di questi sono raffigurati due conigli, su un altro sono disegnate due colombe e sul terzo un coniglio e una colomba.

Davide, con gli occi bendati, chiede ad uno spettatore di introdurre in uno scatolone due conigli, in un altro due colombe e, infine, nell'ultimo scatolone un coniglio e una colomba in modo che il contenuto di ogni scatolone non corrisponda alla figura esterna.

Davide dichiara, quindi, che gli basta levare un animale da uno solo dei tre scatoloni per scoprire il contenuto di ogni scatolone.

***Si spieghi il ragionamento del prestigiatore***

★★★

David el mago sale a escena y presenta al público tres cajones gruesos.

Sobre il primero ha dibujado dos conejitos, sobre el segundo dos palomas, y sobre el tercero un conejito y una paloma.

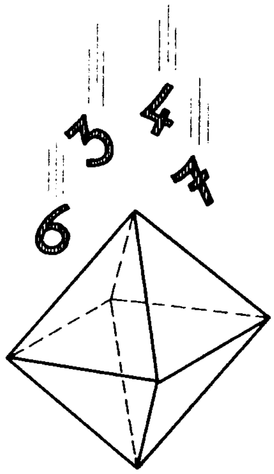
Vendatos los ojos, David le pide a un espectador que ponga dos conejitos en un cajón, dos palomas en otro y por fin un conejito y una paloma en el último cajon, de tal manera que lo que contiene cada cajón no corresponda con el dibujo.

Entonces David declara que no le hace falta sacar más de un animal de un solo cajón para saber lo que contiene cada cajón.

***Explicad su razonamiento.***

**Aufgabe 2**
**5 Punkte**

# Gebastelt



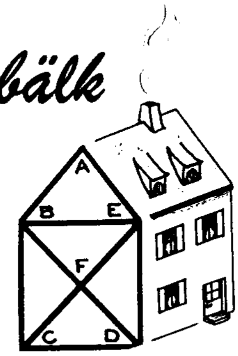
Das regelmäßige Oktaeder ist einer der fünf platonischen Körper.

***Stelle das Modell eines regelmäßigen Oktaeders her.***

***Nummeriere seine Seitenflächen mit den Zahlen von 1 bis 8 so, dass die Summe von jeweils vier Flächen mit gemeinsamer Spitze stets 18 ergibt.***

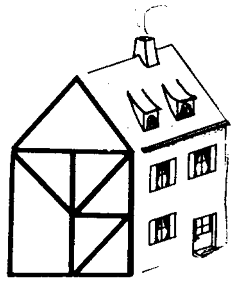
**Aufgabe 3**
**10 Punkte**

# Gebälk




Anne versucht die Balken der abgebildeten Hausfassade in einem Zug nachzuzeichnen, ohne eine Strecke zweimal zu durchfahren. Dies fällt ihr ziemlich leicht.

Nachdem sie die Linien gezählt hat, die von jedem Punkt ausgehen, versteht sie, dass es nur zwei Punkte gibt, bei welchen der Zug beginnen oder enden kann.



***Versuche Annes Regel herauszufinden und zeige damit, dass man auch die Balken der zweiten Hausfassade in einem Zug nachzeichnen kann.***

***Gib sämtliche Etappen dieses Streckenzuges an.***

**Aufgabe 4**
**5 Punkte**

# Gerecht

Nicolas Chuquet schrieb 1484 das erste Algebrabuch in französischer Sprache.

In einer Aufgabe des Buches sollen 21 Weinfässer unter drei Personen verteilt werden. Sieben der Fässer sind voll, weitere sieben halbvoll und die restlichen leer.

Jede der drei Personen soll die gleiche Anzahl von Fässern und die gleiche Menge Wein erhalten, ohne daß eines der Fässer geöffnet werden muß.

***Gib eine mögliche Verteilung an.***

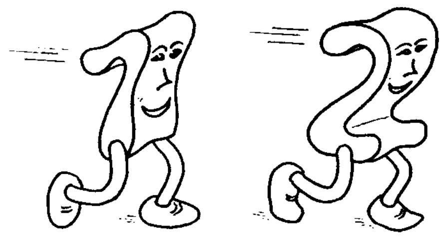
**Aufgabe 5**
**10 Punkte**

# Gewonnen

Tim und Helen spielen das Zwanzigerspiel. Tim beginnt, indem er die Zahl 1 oder die Zahl 2 auf ein Blatt schreibt. Helen addiert 1 oder 2 hinzu und schreibt die Summe unter Tims Zahl. Nun ist Tim wieder an der Reihe und addiert zur Zahl von Helen 1 oder 2. Wer zuerst die Zahl 20 erreicht hat gewonnen.

Tim behauptet, dass derjenige der anfängt, stets gewinnen kann.

***Erläutere Tims Strategie.***

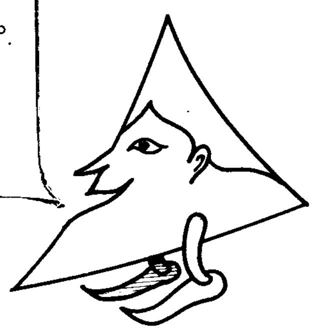


**Aufgabe 6**
**5 Punkte**

# Gezeichnet

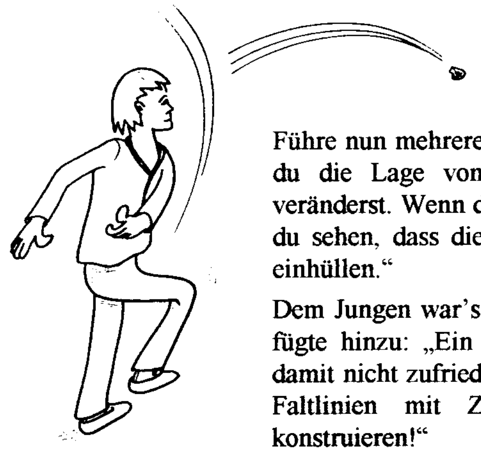
Ich bin ein Dreieck.
Einer meiner Winkel mißt 50°, ein anderer 30°.
Mein Umfang beträgt 15 cm.

***Zeichne mich so genau wie möglich.***



Aufgabe 7
10 Punkte

## Gefaltet



„Wenn ich einen Stein werfe, welche Bahn beschreibt dann dieser Stein“, fragte ein Schüler seinen Lehrer.

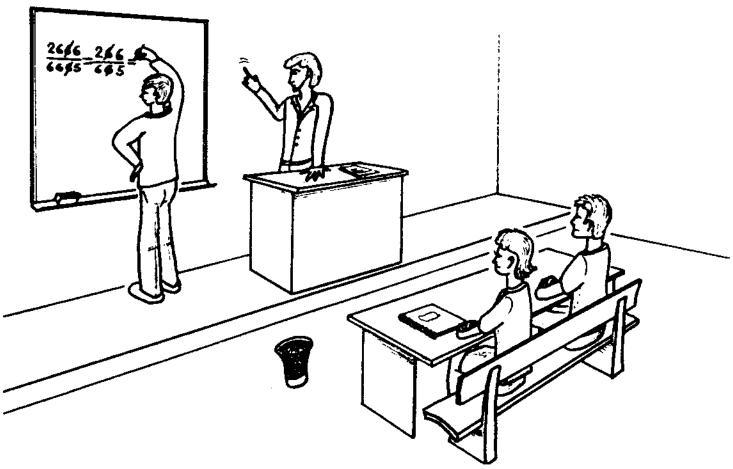
„Die Flugbahn ist eine Parabel, und es gibt eine recht einfache Möglichkeit, den Umriß dieser Kurve zu erhalten. Pass’ auf:

Nimm ein Blatt Papier. Den unteren Rand bezeichnen wir mit AB. Lege auf der Mittelsenkrechten von AB einen Punkt F fest, der 4 cm vom unteren Rand entfernt ist. Markiere nun auf AB einen beliebigen Punkt M und falte das Blatt so, dass M auf F zu liegen kommt. Achte darauf, daß die Faltlinie nach dem Auffalten gut sichtbar bleibt.

Führe nun mehrere Faltungen durch, wobei du die Lage von M auf AB jedesmal veränderst. Wenn du oft genug faltest, wirst du sehen, dass die Faltlinien eine Parabel einhüllen.“

Dem Jungen war’s genug, doch der Lehrer fügte hinzu: „Ein guter Schüler gibt sich damit nicht zufrieden, sondern versucht die Faltlinien mit Zirkel und Lineal zu konstruieren!“

***Falte das Antwortblatt nach den Anweisungen des Lehrers und zeichne die Parabel. Beschreibe dann, wie sich die Faltlinien mit Zirkel und Lineal konstruieren lassen.***



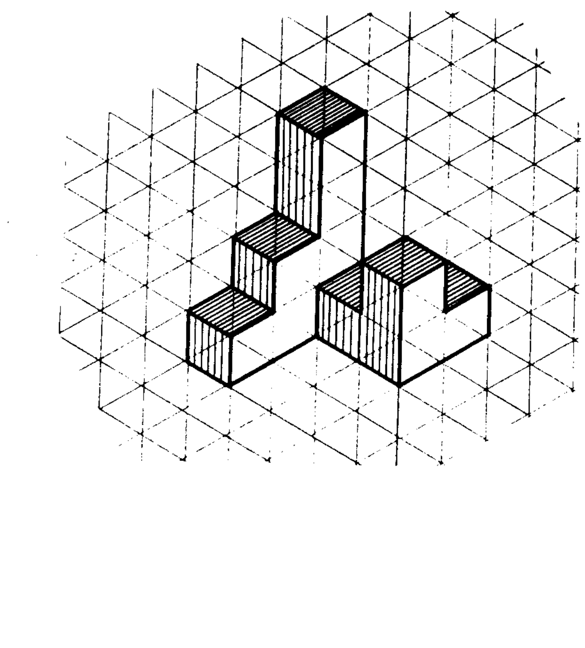
Aufgabe 8
5 Punkte

## Gekürzt

Tim soll an der Tafel den Bruch $\frac{2666}{6665}$ kürzen. Er streicht in Zähler und Nenner jeweils eine Sechs und erhält so nacheinander die Brüche $\frac{266}{665}$, $\frac{26}{65}$ und $\frac{2}{5}$.

„Eine höchst eigentümliche Methode“, meint sein Lehrer, der zur großen Überraschung von Tims Mitschülern keinen Wutanfall bekommt, „aber die Brüche haben in der Tat alle den gleichen Wert.“

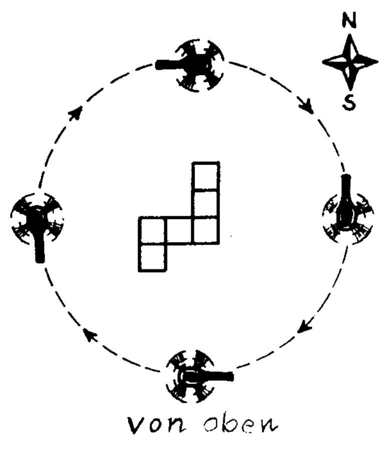
***Bestimme einen Bruch der Form*** $\frac{abbb}{bbbc}$***, welcher den Wert*** $\frac{1}{2}$ ***hat und sich nach Tims Methode vereinfachen läßt.***



Aufgabe 9
10 Punkte

## Geflogen

Ein Hubschrauber umkreist einen Gebäudekomplex, um Luftaufnahmen zu machen.

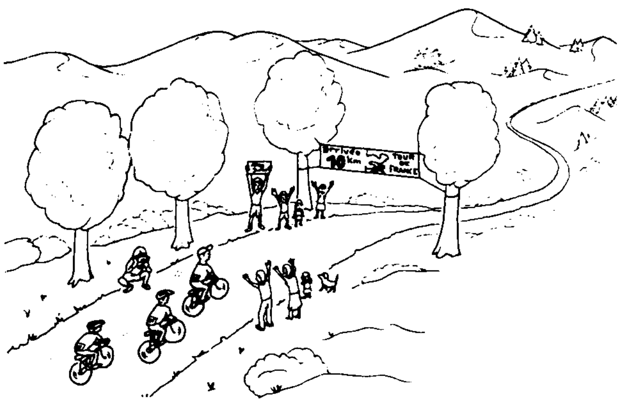



Der Baukörper besteht aus elf Würfeln. Das Schrägbild zeigt das Bauwerk aus nordwestlicher Richtung.

***Zeichne in gleicher Weise ein Schrägbild, bei dem das Bauwerk aus südöstlicher Richtung zu sehen ist.***

## Aufgabe 10
**15 Punkte**

# Geschlagen



Ein Etappenziel der Tour de France ist der Gipfel des Ballon d'Alsace. Jules liegt nicht schlecht im Rennen. Die Streckenmarke 10 km vor dem Ziel durchfährt er vier Minuten vor Richard.

Eine halbe Stunde später hat sich das Blatt gewendet und Jules überquert die Ziellinie sechs Minuten nach Richard.

***Nimm an, dass beide Fahrer mit konstanter Geschwindigkeit gefahren sind. Wie weit war Jules vom Ziel entfernt, als ihn Richard überholt hat?***

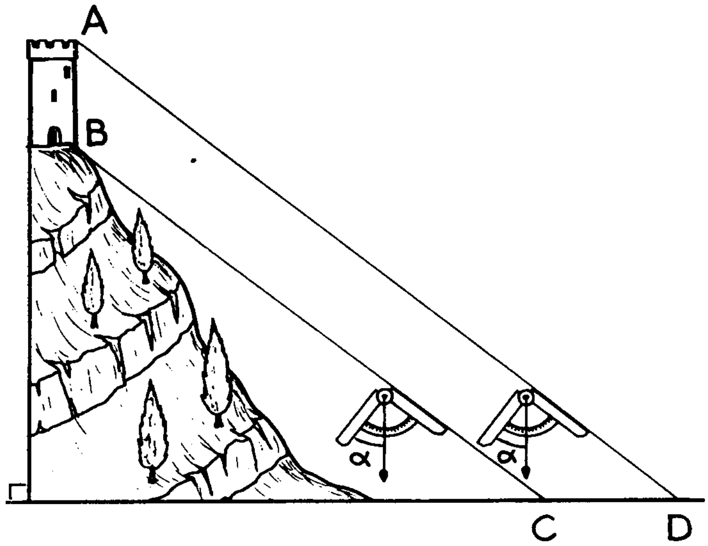
---

**Aufgabe 11, 12 und 13 nur für Klassenstufe 11**

---

## Aufgabe 11
**5 Punkte**

# Gemessen




Mit Hilfe eines sogenannten *Proportionalzirkels* konnte Galilei Längen berechnen, welche der direkten Messung nicht zugänglich waren.

Wie man auf der Zeichnung aus Galileis Nachlaß sehen kann, bilden die Schenkel des aufgeklappten Proportionalzirkels einen rechten Winkel. Ein Lotfaden ermöglicht es, auf einer Skala die Weite des Winkels α abzulesen.

***Erkläre, wie Galilei mit Hilfe der Entfernung CD und α die Höhe AB des Turmes bestimmen konnte.***

## Aufgabe 12
**10 Punkte**

# Geklebt

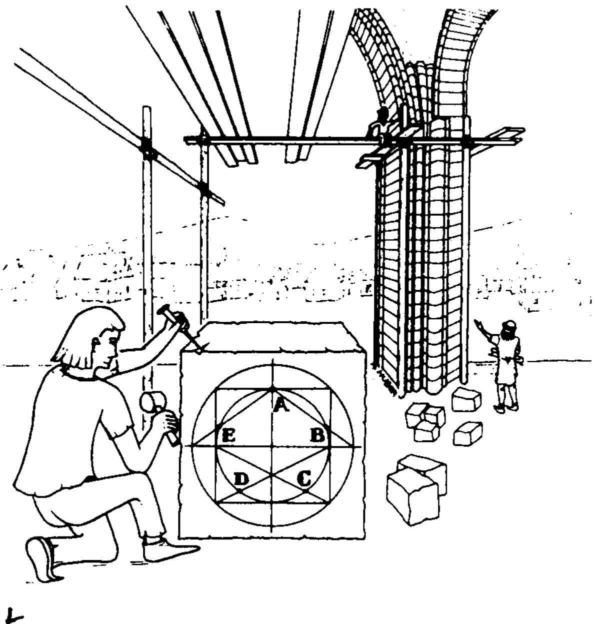
Bei der Preisverleihung von *Mathematik ohne Grenzen* hat Gaëtan fleißig fotografiert und will seine Bilder nun ausstellen.

Er hat dreißig hochformatige und dreißig querformatige Bilder, von denen er möglichst viele auf einer quadratischen Tafel mit 75 cm Seitenlänge unterbringen möchte. Alle Bilder haben das Format 9 × 13 cm.

***Gib an, wie viele Bilder er höchstens ausstellen kann. Zeichne auf das Antwortblatt eine mögliche Anordnung der Bilder im Maßstab 1:5.***

## Aufgabe 13
**15 Punkte**

# Genau?




Um ein regelmäßiges Fünfeck zu erhalten, benutzten die Bauleute des Mittelalters die folgende Konstruktion:

Man zeichnet ein Quadrat mit seinen Mittelsenkrechten, seinem Inkreis und seinem Umkreis. Die fünf Eckpunkte A, B, C, D und E liegen auf dem Inkreis. Man konstruiert diese Punkte so, wie es auf der Zeichnung zu sehen ist.

***Sind diese fünf Eckpunkte in gleichen Abständen auf dem Inkreis verteilt?***

***Begründe die Antwort.***

zu Mathematik ohne Grenzen: Übersicht 1