Mathematik Ohne Grenzen

Wettbewerb vom 14.März 2013

- **Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.**
- **Auch Teillösungen werden berücksichtigt.**
- **Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.**

Mathématiques sans Frontières

Aufgabe 1
7 Punkte

Bien vu!

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Trois clowns, Anatole, Michel et Thomas, ont déposé trois chapeaux rouges et deux chapeaux verts dans leur loge.
Avant d'entrer en scène, ils doivent récupérer chacun un chapeau.
Les clowns ne trouvent pas l'interrupteur et la loge est plongée dans le noir. Chacun prend un chapeau au hasard et le pose sur sa tête. Ils sortent de la loge et entrent en scène.
On demande à chaque clown s'il est capable de deviner la couleur de son chapeau.
Anatole regarde les deux autres et dit « Non ».
Puis Michel regarde les deux autres et dit « Non ».
Enfin Thomas, qui est aveugle, répond « Oui ».

Expliquer comment ce clown aveugle a pu déterminer la couleur de son chapeau.

Tres payasos, Anatole, Michel y Thomas, han dejado tres sombreros rojos y dos sombreros verdes en el camerino.
Antes de salir a escena, tienen que coger un sombrero cada uno.
Los payasos no encuentran el interruptor y el camerino está a oscuras. Cada uno coge un sombrero al azar y se lo pone en la cabeza. Salen del camerino y entran en escena.
Preguntamos a cada payaso si es capaz de adivinar el color de su sombrero.
Anatole mira los otros dos y dice "No".
Luego Michel mira los otros dos y dice "No".
Por fin Thomas, que es ciego, dice "Si".

Explica cómo el payaso ciego ha podido adivinar el color de su sombrero.

Three clowns, Anatole, Michel and Thomas, keep three red hats and two green hats in their dressing-room.
Before going on stage they each need to put on a hat.
The clowns cannot find the light switch and the dressing-room is in darkness. Each clown picks a hat at random and puts it on his head. They leave the dressing-room and go on stage.
Each clown is asked if he can work out the colour of his hat.
Anatole looks at the two others and says "No".
Then Michel looks at the two others and says "No".
Finally Thomas, who is actually blind, replies "Yes".

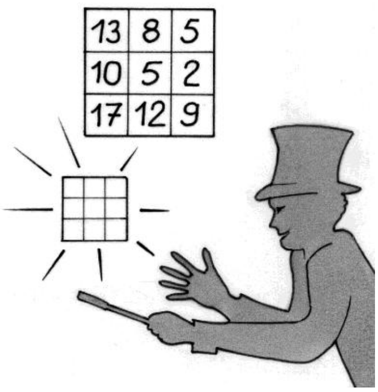
Explain how this blind clown was able to work out the colour of his hat.

Tre clown, Anatole, Michele e Tommaso hanno depositato in camerino tre cappelli rossi e due verdi. Prima di entrare in scena ognuno di loro deve recuperare un cappello.
I clown non trovano l'interruttore e il camerino è completamente al buio.
Tutti prendono un cappello a caso, se lo mettono, poi, escono dal camerino ed entrano sul palcoscenico.
Alla domanda se sono in grado d'indovinare il colore del proprio cappello,
Anatole guarda gli altri due e dichiara : « No ».
Michele, a sua volta, guarda gli altri due e dichiara : « No ».
Tommaso, infine, che è cieco risponde : « Sì ».

Spiegate come il clown cieco abbia potuto determinare il colore del suo cappello.

Aufgabe 2
5 Punkte

Mathemagisch

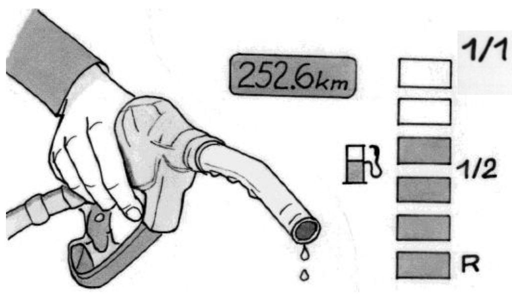


Diese Tabelle ist magisch!
Wählt drei Zahlen so aus dieser Tabelle aus, dass keine zwei dieser Zahlen der gleichen Reihe oder der gleichen Spalte angehören. Bildet die Summe dieser drei Zahlen. Führt die genannten Schritte mehrmals mit drei anderen Zahlen durch.

Warum ist diese Tabelle magisch?
Entwerft eine andere magische Tabelle mit neun Feldern, bei der alle Zahlen verschieden sind und die Summe der drei Zahlen 40 beträgt.

Aufgabe 3
7 Punkte

Supervoll

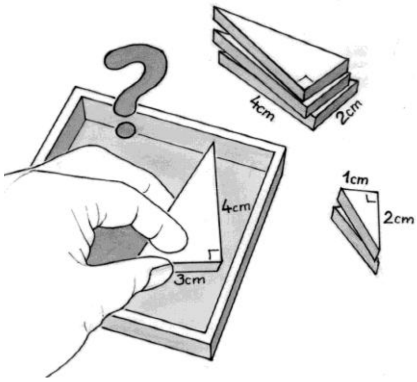


Immer wenn ich tanke, mache ich den Tank voll und stelle den Kilometerzähler auf null.
Auf der Anzeigetafel des Armaturenbretts wird der Tankinhalt mit 6 Rechtecken dargestellt. Jedes Rechteck steht für ein Sechstel des Tankinhalts.
Jedes Mal wenn ein Sechstel des Tankinhalts verbraucht wurde, wird ein schwarzes Rechteck weiß. Sobald das fünfte Rechteck weiß wird, ertönt ein akustisches Signal und das letzte Rechteck beginnt zu blinken. Ab diesem Moment fährt man mit der Reservetankfüllung R.
Seit dem letzten Volltanken ist das Auto 252,6 km gefahren und 4 Rechtecke sind noch schwarz.

Berechnet die minimale und die maximale Strecke, die ich unter gleichen Bedingungen noch zurücklegen kann, bevor ich mit der Reservetankfüllung fahre.

Aufgabe 4
5 Punkte

Triangram



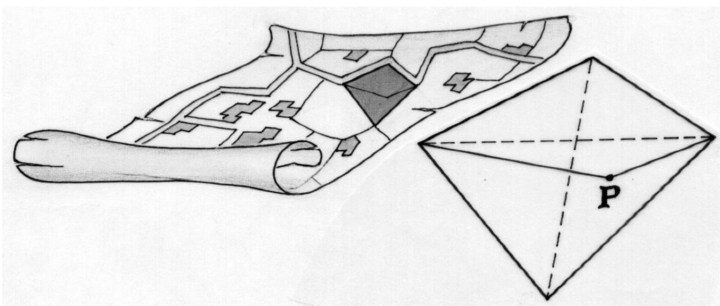
Gegeben sind die folgenden 6 Dreiecke:

- 2 rechtwinklige Dreiecke, deren Katheten die Längen 1 und 2 cm haben;
- 3 rechtwinklige Dreiecke, deren Katheten die Längen 2 und 4 cm haben;
- 1 rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten die Längen 3 und 4 cm haben.

Setzt aus diesen sechs Dreiecken ein Quadrat zusammen.

Aufgabe 5
7 Punkte

Teilung, Gleichheit, Brüderlichkeit



Vater Jakob möchte sein viereckiges Feld in zwei Parzellen mit gleichem Flächeninhalt teilen, um diese seinen Söhnen Peter und Paul zu vererben.
Peter sagt ihm: „Es gibt eine bequeme Art dies zu erreichen: Man muss lediglich einen bestimmten Punkt P auf einer Diagonalen wählen und diesen mit den Endpunkten der anderen Diagonalen verbinden.“
Paul fügt hinzu: „Gewiss, aber wenn man P von dieser Position aus verschiebt, dann gibt es für P unendlich viele mögliche Positionen.“

Zeichnet ein Viereck, welches das Feld von Vater Jakob darstellt.
Bestimmt die Lage von P, wie sie der Lösung von Peter entspricht, und weist nach, dass die beiden Flächeninhalte gleich groß sind.
Zeichnet nun alle möglichen Positionen von P nach Pauls Vorschlag ein und begründet eure Lösung.

Aufgabe 6
5 Punkte

Des einen Leid, des andern Freud‘

Alex, Claudius und Sam machen ein Spiel. Am Ende jeder Runde gibt der Verlierer einen Teil seiner Spielsteine an seine beiden Mitspieler und zwar so, dass sich deren jeweilige Anzahl an Spielsteinen verdoppelt. Nach der fünften Runde besitzt Alex 10, Claudius 9 und Sam nur 8 Steine.

Findet die Anzahl an Spielsteinen heraus, die jeder Spieler vor Spielbeginn hatte.

Mathématiques Sans Frontières

Aufgabe 7
7 Punkte

Paso Doble

Ich bin eine natürliche Zahl größer als zwei. In jedem der folgenden Satz-Paare gibt es eine wahre und eine falsche Aussage über mich.

1a Ich bin eine zweistellige Zahl.
1b Ich bin gerade.

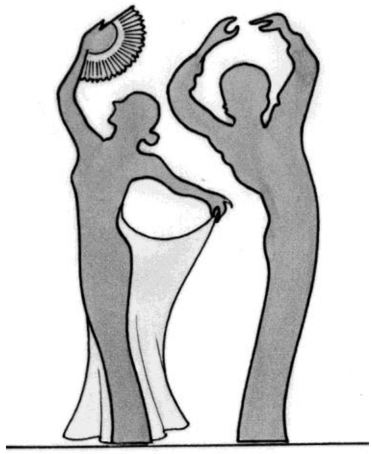
2a Ich bin das Quadrat einer natürlichen Zahl.
2b Ich bin eine dreistellige Zahl.

3a Ich bin eine Zahl, welche die Ziffer 7 enthält.
3b Ich bin nur durch 1 und mich selbst teilbar.

4a Ich bin das Produkt zweier aufeinanderfolgender ungerader Zahlen.
4b Ich bin um 1 größer als das Quadrat einer natürlichen Zahl.

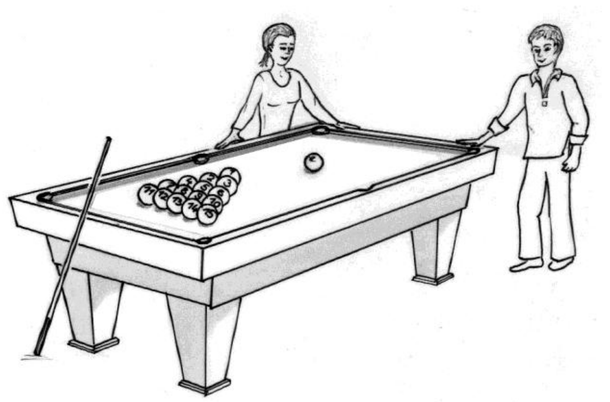
5a Ich bin durch 11 teilbar.
5b Ich bin um 1 größer als die dritte Potenz einer natürlichen Zahl.

Wer bin ich? Erklärt eure Vorgehensweise.



Aufgabe 8
5 Punkte

Bonnie und Clyde



Das amerikanische Billard spielt man mit 15 Kugeln, die von 1 bis 15 nummeriert sind, und einer weißen Kugel. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle nummerierten Kugeln in die sechs Öffnungen am Rand des Tisches eingelocht sind und nur noch die weiße Kugel auf dem Billardtisch liegt. Die Nummern auf den Kugeln werden als Punkte gutgeschrieben.
Am Ende einer Partie zählen Bonnie und Clyde ihre Punkte. Alle Kugeln wurden eingelocht. Bonnie hat genau doppelt so viele Punkte wie Clyde, obwohl sie weniger Kugeln eingelocht hat als er.

Welche Kugeln könnte Bonnie eingelocht haben?
Gebt alle Möglichkeiten an.

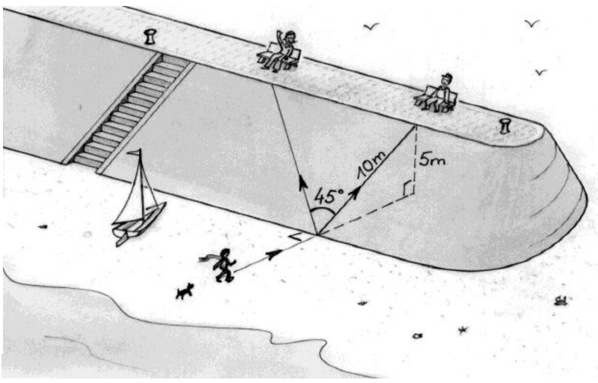
Aufgabe 9
7 Punkte

Auf schrägen Pfaden

Lily kommt vom Strand und will den Deich von Malo-les-Bains hinaufsteigen. Dieser Deich ist 5 m hoch. Der kürzeste und zugleich steilste Weg ist 10 m lang; das Neigungsverhältnis dieses Weges ist 5 auf 10 m, also 50%.
Da Lily müde ist, entschließt sie sich geradeaus, aber in einem Winkel von 45° zum kürzesten Weg hinaufzugehen.

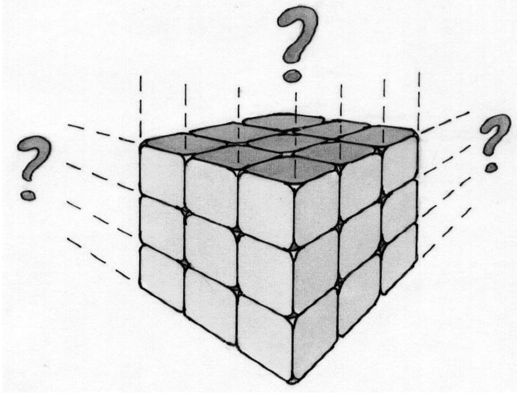
Berechnet das Neigungsverhältnis von Lilys Weg in Prozent.

Unter welchem Winkel hätte Lily vom kürzesten Weg abweichen müssen, damit das Neigungsverhältnis 25% betragen hätte? Begründet durch eine maßstabsgetreue Zeichnung oder durch eine Rechnung.



Aufgabe 10
10 Punkte

Farblos



Ein großer Würfel setzt sich aus kleinen Würfeln der Kantenlänge 1cm zusammen.
Eine bestimmte Anzahl der sechs Außenflächen des großen Würfels ist vollständig bemalt. Dadurch haben viele der kleinen Würfel eine oder mehrere bemalte Flächen. 48 der kleinen Würfel haben jedoch keine einzige bemalte Fläche.

Welche Kantenlängen kommen für den großen Würfel in Frage, und wie viele und welche Flächen müssen bemalt sein, damit die angegebenen Bedingungen erfüllt sind? Gebt alle Möglichkeiten an und zeichnet für jeden dieser Fälle ein Netz des großen Würfels mit den bemalten Flächen. Erläutert eure Antwort.

Klassenstufe 10

Aufgabe 11
5 Punkte

Wer schreibt?

Bei einer Konferenz von „Mathematik ohne Grenzen“ versammeln sich die Teilnehmer um einen großen runden Tisch. Die Gruppe besteht aus Männern und Frauen.
Sieben Frauen haben eine Frau zu ihrer Rechten und zwölf Frauen haben einen Mann zu ihrer Rechten.
Drei von vier Männern haben eine Frau zu ihrer Rechten.
Von den anwesenden Personen wird per Zufall eine bestimmt, die das Protokoll verfassen soll.

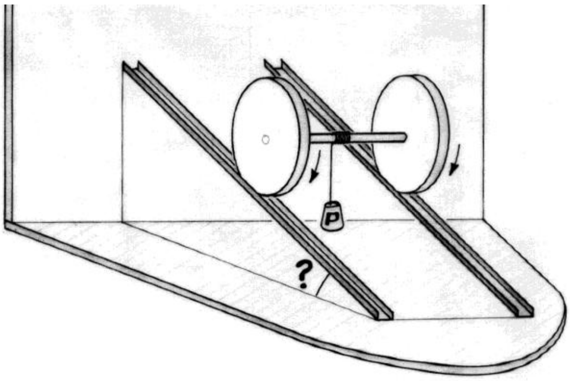
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ausgewählt wird? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 12
7 Punkte

Horizontaler Abstieg

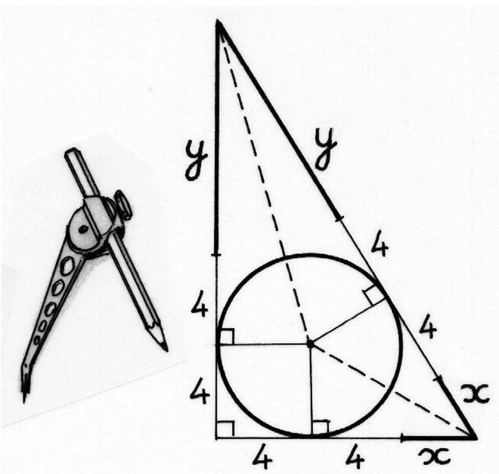
Die nebenstehende Figur zeigt zwei Räder, die durch eine Achse mit kreisförmigem Querschnitt verbunden sind. Sie rollen, ohne zu rutschen, auf zwei parallelen, geneigten Schienen. An der Achse ist eine Schnur befestigt, an deren Ende ein Gewicht hängt. Da sich die Räder abwärts bewegen, wickelt sich die Schnur auf und dennoch bewegt sich das Gewicht horizontal.
Der Durchmesser der beiden Räder beträgt 10 cm, der Durchmesser der Achse 1 cm.

Bestimmt auf Grad genau den Winkel, den die Schienen mit der Horizontalen einschließen.



Aufgabe 13
10 Punkte

Runde Sache



Anna sucht alle rechtwinkligen Dreiecke, welche die folgenden beiden Bedingungen erfüllen:

- Die Seitenlängen sind ganzzahlige Zentimeterangaben.
- Der Radius des Inkreises beträgt 4 cm.

Um diese Dreiecke zu finden, hat sie sich eine Skizze gemacht und darin gleiche Längen gekennzeichnet.

Findet alle rechtwinkligen Dreiecke, welche die beiden angegebenen Bedingungen erfüllen.
Begründet euer Ergebnis.

Mathématiques SANS Frontières