Internationaler Klassenwettbewerb für die Stufen 10 und 11

in Zusammenarbeit mit der Inspection Pédagogique Régionale und der IREM de Strasbourg

Mathematik Ohne Grenzen

Wettbewerb vom 6. Februar 2007

- **Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.**
- **Mit Ausnahme der Aufgaben 4, 5, 7, 8 und 11 muss die Lösung stets begründet werden.**
- **Auch Teillösungen werden berücksichtigt.**
- **Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.**

Mathématiques sans Frontières

Aufgabe 1 7Punkte — Wer spült?

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Dans un centre de vacances séjournent 9 adultes et 16 adolescents. Durant le séjour, 68% de ces personnes doivent faire la vaisselle.

Les ados comprennent qu'au moins la moitié d'entre eux doit faire la vaisselle. Mais ils pensent qu'au moins deux adultes les aideront.

Les adolescents ont-ils raison ? Justifier.

9 adultos y 16 adolescentes están en un centro de vacaciones. Durante esta temporada, 68% de estas personas tienen que lavar la vajilla.

Los adolescentes entienden que entre ellos, la mitad por lo menos tiene que lavar la vajilla. Pero piensan que por lo menos dos adultos les ayudarán.

¿Tienen razón los adolescentes? Justifica.

In un Centro Vacanze soggiornano 9 adulti e 16 ragazzi.

Durante il soggiorno, il 68% di questi villeggianti deve lavare i piatti.

I ragazzi pensano che almeno la metà di loro deve fare questa operazione, ma anche che almeno la metà degli adulti li aiuterà.

I ragazzi hanno ragione? Giustificare la risposta.

9 adults and 16 teenagers are spending holidays in a holiday centre.

During their stay, 68% of these people have to do the washingup.

The teenagers understand that at least half of them have to do the washing-up. But they think that at least 2 adults are going to help them.

Are the teenagers right? Justify.

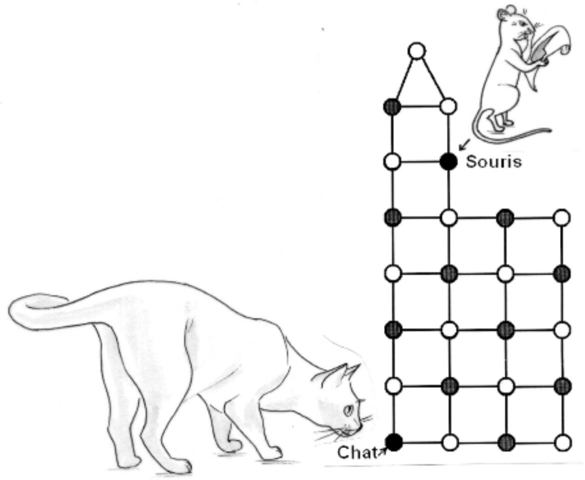
Aufgabe 2 5 Punkte — Katz' und Maus

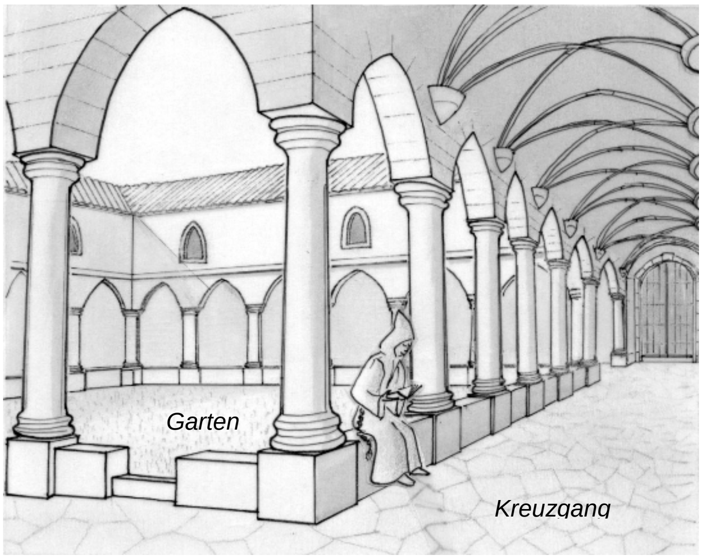
Das abgebildete Gitter setzt sich aus Quadraten und einem Dreieck zusammen. Die Gitterpunkte sind durch Kreise markiert.

Zu Beginn besetzen Katze und Maus die in der Zeichnung durch Pfeil markierten Gitterpunkte.

Beide Tiere bewegen sich abwechselnd längs der Verbindungsstrecken von einem Gitterpunkt zu nächsten. Die Katze beginnt. Wenn es ihr gelingt, den Gitterpunkt zu erreichen, den die Maus gerade besetzt hat, so kann sie die Maus fressen.

Erkläre, welche Strategie die Katze verfolgen muss, damit sie die Maus schnappen kann.





Aufgabe 3 — 7 Punkte — Klostergarten

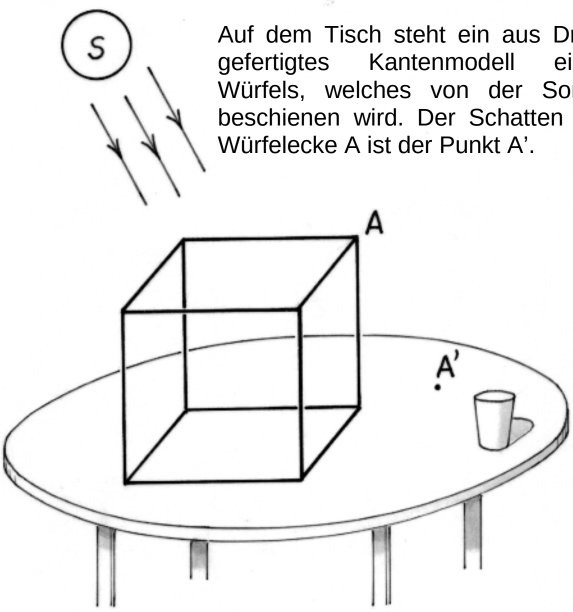
Um einen Kreuzgang mit innen liegendem Garten in harmonischen Abmessungen anzulegen, benutzten die Baumeister des Mittelalters die folgende Technik:

Sie begannen mit einem Kreis, dem ein Quadrat einbeschrieben wurde, dessen Ecken auf dem Kreis lagen und dessen Seiten die Begrenzung des Gartens bildeten. Durch die Tangenten an den Kreis, parallel zu den Seiten des Quadrats, ergab sich ein zweites Quadrat. Der Bereich zwischen den beiden Quadraten bildete den Grundriss des Kreuzgangs.

Stelle diese Technik in einer Zeichnung dar. Vergleiche den Flächeninhalt des Gartens mit dem des Kreuzgangs.

Aufgabe 4 — 5 Punkte — Schattenwurf

Auf dem Tisch steht ein aus Draht gefertigtes Kantenmodell eines Würfels, welches von der Sonne beschienen wird. Der Schatten der Würfelecke A ist der Punkt A'.

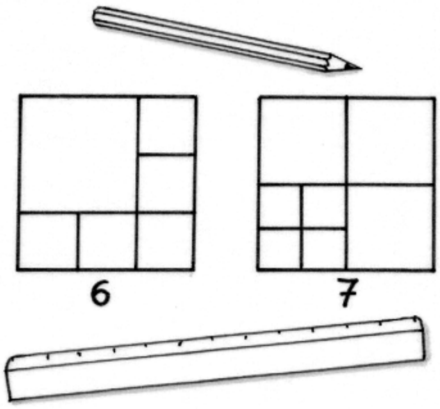


Stelle die Figur vergrößert dar und zeichne die Schatten der Würfelkanten ein.

Aufgabe 5 — 7 Punkte — Teilaufgabe

Justine hat untersucht, wie man ein Quadrat in kleinere Quadrate zerlegen kann.

Im Bild sieht man eine Zerlegung in 6 und eine in 7 Quadrate.



Nun untersucht sie ein gleichseitiges Dreieck und überlegt, ob man es in 4, 5, 6, 7, 8, 9 bzw. 10 gleichseitige Dreiecke zerlegen kann.

Zeichne, falls dies möglich ist, jeweils eine entsprechende Zerlegung auf das Antwortblatt.
Die Seitenlänge des Ausgangsdreiecks soll jedes Mal 6 cm betragen.

Aufgabe 6 — 5 Punkte — Immer nur Fisch

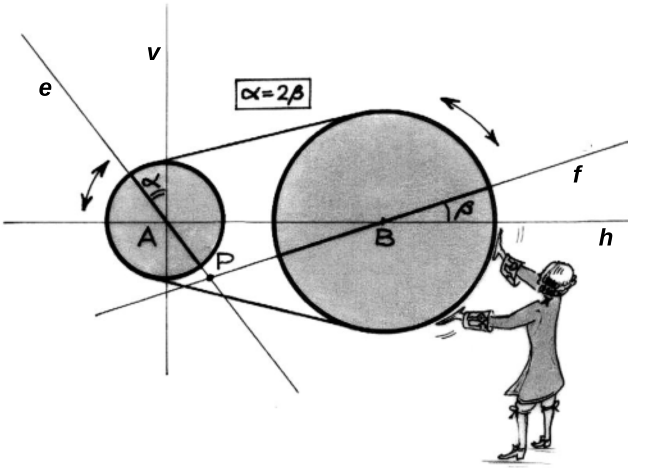
In einem Goldfischglas schwimmen weiße und rote Fische im Kreis herum, alle in derselben Richtung. Jedem Fisch schwimmt genau ein anderer Fisch unmittelbar voraus.

- Genau sieben roten Fischen schwimmt ein roter Fisch unmittelbar voraus.
- Genau zwölf roten Fischen schwimmt ein weißer Fisch unmittelbar voraus.
- Genau drei weißen Fischen schwimmt ein weißer Fisch unmittelbar voraus.

Wie viele Fische schwimmen insgesamt im Kreis? Erkläre.

Aufgabe 7
7 Punkte

Newtons Strophoide



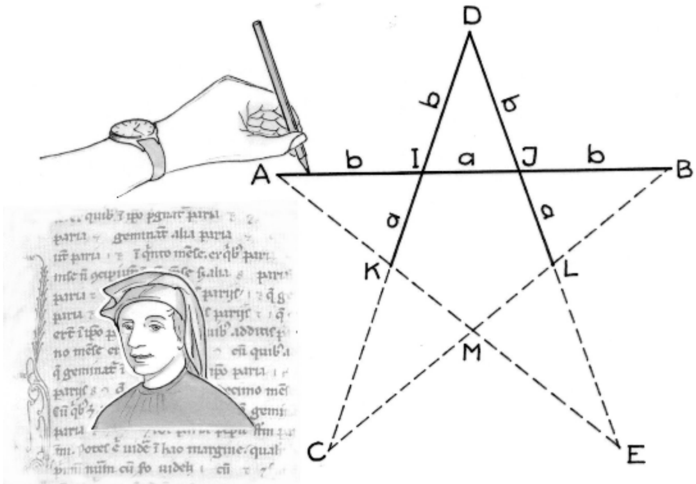
Eine kleine und eine große Rolle sind über einen Treibriemen miteinander verbunden. Wenn sich die große Rolle einmal dreht, macht die kleine Rolle zwei Umdrehungen. Die Mittelpunkte A und B der Rollen liegen auf der Horizontalen *h* im Abstand 6 cm. Die Geraden *e* und *f* gehen durch die Mittelpunkte A und B. Sie drehen sich synchron mit der jeweiligen Rolle, wobei *e* mit der Vertikalen *v* den Winkel α und *f* mit der Horizontalen *h* den Winkel β einschließt. Der Schnittpunkt von *e* und *f* sei P.

Zu Beginn der Bewegung ist die Stellung von *e* vertikal und die von *f* horizontal. Zu jedem späteren Zeitpunkt ist der Winkel α doppelt so groß wie der Winkel β.

Zeichne die Geraden e und f in ausreichend vielen Positionen, und ermittle so die Kurve, auf welcher sich der Punkt P bewegt.

Aufgabe 8
5 Punkte

Pentagramm



In den Aufzeichnungen des Leonardo von Pisa findet Leo die folgende Konstruktionsbeschreibung für einen fünfzackigen Stern:

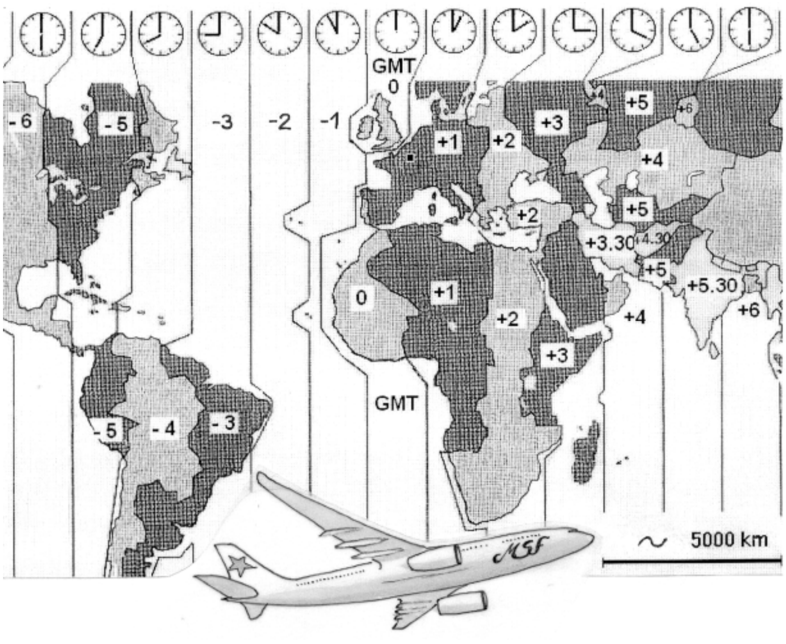
„Nimm zwei ganze Zahlen a und b. Zeichne die Punkte A, I, J, B, D, K und L so ein, wie es in der Zeichnung angegeben ist. Durch Verlängern der Strecken DK und BL sowie von DL und AK erhält man die Eckpunkte C und E."

Leo stellt fest, dass der Stern mit a = 2 cm und b = 3 cm nicht sehr regelmäßig aussieht, da die Strecken KC und LE zu lang sind. Er versucht es erneut mit anderen ganzzahligen Werten für a und b, in der Hoffnung einen regelmäßigeren Stern zu erhalten.

Zeichne nach der Methode von Leonardo mit der Einheit 1 cm einen fünfzackigen Stern, der so regelmäßig wie möglich ist. Er soll vollständig auf ein Blatt im Format A4 passen. Wie müssen die ganzzahligen Werte von a und b gewählt werden?

Aufgabe 9
7 Punkte

Zeitverschiebung

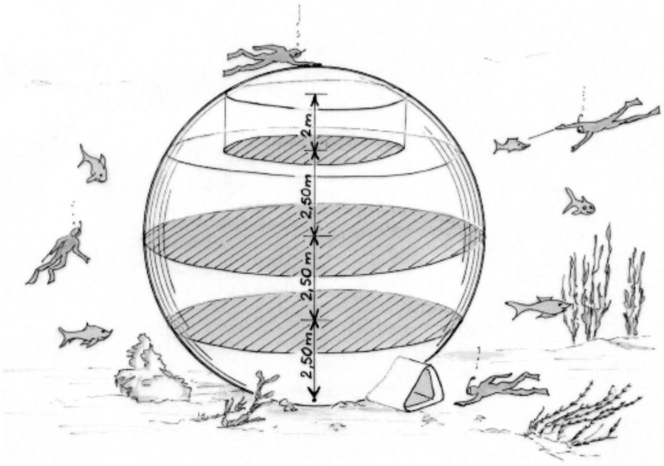


Um dem Winter zu entfliehen, fliegt Michelle am 24. Februar für zwei Wochen in die Ferien.

- Ihr Flugzeug startet um 23.15 Uhr Ortszeit in Paris.
- Sie kommt tags darauf um 6.45 Uhr Ortszeit an.
- Beim Rückflug am 10. März startet ihr Flugzeug um 20.30 Uhr Ortszeit.

Michelle hat ausgerechnet, dass sie bei gleicher Dauer für Hin- und Rückflug am 11. März um 12 Uhr mittags wieder in Paris landen wird.

Berechne die Flugdauer bei einer durchschnittlichen Fluggeschwindigkeit von 900 km/h. Bestimme Michelles Reiseziel mit Hilfe der abgebildeten Karte möglichst genau.



Aufgabe 10
10 Punkte

Deep Blue

Ein Architekt entwirft kugelförmige Unterwasserbehausungen, die auf dem Meeresboden verankert werden sollen. In den Kugeln befinden sich drei horizontale Wohnebenen, der Innenradius der Kugeln beträgt 5 m.

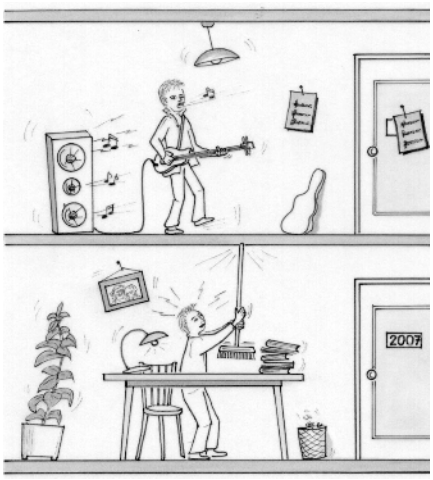
Der Abstand der Ebenen zum tiefsten Punkt des Kugelinnenraumes beträgt 2,5 m, 5 m und 7,5 m. Auf der dritten Ebene ist nur der Bereich mit einer Raumhöhe von mindestens 2 m als Wohnfläche nutzbar.

Berechne die bewohnbare Fläche in einer solchen Kugel.

Nur für Klassenstufe 11

Aufgabe 11
5 Punkte

Remmidemmi



In einem dreiecksförmigen Hochhaus sind die Wohnungen von oben nach unten folgendermaßen nummeriert:

			1			
		2	3	4		
	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	…	…	…

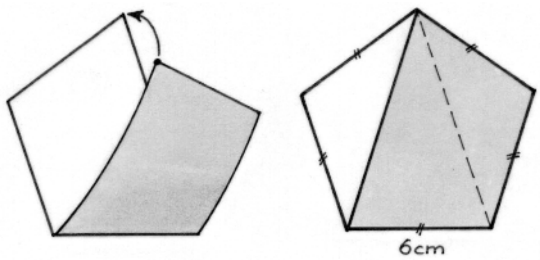
Der Bewohner des Appartements mit der Nummer 2007 beklagt sich über seinen lärmenden Nachbarn, der genau über ihm wohnt.
Welche Nummer hat die Wohnung des lärmenden Nachbarn?

Aufgabe 12
7 Punkte

Einmal falten

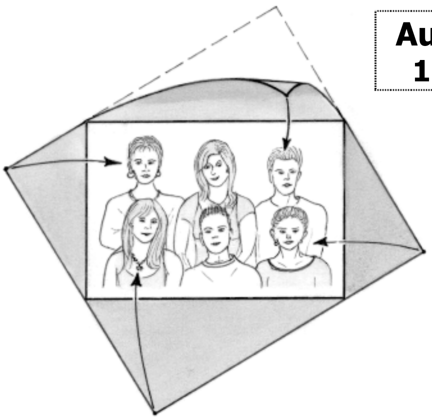
Elisabeth faltet ein viereckiges Stück Papier so zusammen, dass eine der vier Ecken auf die gegenüberliegende Ecke zu liegen kommt. Auf diese Weise entsteht ein regelmäßiges Fünfeck mit der Seitenlänge 6 cm.

Um was für ein Viereck handelt es sich? Berechne seine Innenwinkel und die Länge seiner Seiten. Stelle aus diesem Viereck durch einmaliges Falten ein regelmäßiges Fünfeck mit 6 cm Kantenlänge her und klebe es auf das Antwortblatt.



Aufgabe 13
10 Punkte

Entwickelt und eingewickelt



Bei einem Fest hat Remy seine Freunde fotografiert. Seine entwickelten Bilder haben das Format 9×13 cm. Er möchte jedem seiner Freunde einen Abzug schenken, den er auf folgende Weise in ein rechteckiges Blatt Papier einpackt:

Er positioniert die vier Ecken des Fotos auf den Rändern des Blattes. Wenn er die überstehenden Teile des Blattes an den Rändern des Fotos nach innen faltet, so bedecken diese das Foto lückenlos und ohne sich zu überlappen. ***Bestimme die Abmessungen des Blattes.***

Mathématiques SANS Frontières