



Mathematik ohne Grenzen

- Bei den Aufgaben 1, 7, 9, 10, 11, 12 und 13 muss die Lösung begründet werden.
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.
- Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.

**5. März
2002**

Aufgabe 1

7 Punkte

Alibis

Die Lösung muss in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und mindestens 30 Wörter enthalten.

Dans un hôtel, un crime a été commis entre 22 h et 22h 15 et l'agression a duré 7 minutes.

Il y a 4 suspects Andréa, Bruce, Camilla et Dimitri qui occupent 4 chambres différentes et dont voici les déclarations à la police sur leur emploi du temps entre 22h et 22h 15 :

Andréa : " J'ai d'abord eu la visite de Bruce pendant 3 minutes, plus tard celle de Dimitri pendant 4 minutes ; enfin j'ai reçu un appel téléphonique de Camilla ".

Bruce : " J'ai rendu visite à Andréa, à Dimitri et d'un clic de souris j'ai envoyé un e-mail ".

Camille: "J'ai regardé le journal télévisé jusqu'à 22 h 05. Par la suite j'ai téléphoné à Andréa pendant 5 minutes".

Dimitri : " J'ai rendu visite à Andréa, puis j'ai eu celle de Bruce pendant 3 minutes".

Après avoir vérifié que toutes ces déclarations sont exactes, l'inspecteur trouve le coupable.

Comment a-t-il fait ?

A crime was committed in a hotel between 10.00 p.m. and 10.15 p.m. and the attack lasted 7 minutes.

There are 4 suspects : Andrea, Bruce, Camilla, Dimitri. They are all staying in 4 different rooms and here are their statements to the police about their time table between 10.00 p.m. and 10.15 p.m. :

Andrea : « First Bruce paid me a visit for 3 minutes, then came Dimitri who stayed for 4 minutes ; finally Camilla called me on the phone. »

Bruce : « I went to see Andrea, then Dimitri, and with the click of the mouse, I sent an e-mail. »

Camilla : « I watched the news on TV until 10.05 p.m.. Then I called Andrea for 5 minutes. »

Dimitri : « I went to see Andrea, then Bruce came to see me for 3 minutes. »

After checking on all these statements, the police inspector found the culprit.

How did he manage ?

En un hotel, se cometió un crimen entre las 10 y las 10 y 15 minutos de la noche y la agresión duró 7 minutos.

Hay 4 sospechosos Andrea, Bruce, Camila, Dimitri, que ocupan 4 habitaciones diferentes y que, a propósito de su horario entre las 10 y las 10 y 15 , declararon lo siguiente a la policía :

Andrea : " Primero me visitó Bruce durante 3 minutos, más tarde recibí la visita de Dimitri, que duró 4 minutos y, finalmente, me telefoneó Camila."

Bruce : " Visité a Andrea, luego a Dimitri y después pinchando mandé un email."

Camila : " Vi el Telediario hasta las 10 y 5 minutos, a continuación telefoneé a Andrea durante 5 minutos."

Dimitri : " Visité a Andrea, y luego me visitó Bruce durante 3 minutos."



Después de verificar que todas las declaraciones eran exactas, el inspector encuentra al culpable.

¿Como hizo ?

In un albergo è accaduto un crimine tra le 22 e le 22 e quindici e l'aggressione è durata 7 minuti.

Vi sono 4 sospettati : Andrea, Bruce, Camilla e Dimitri che occupano 4 camere diverse e che rilasciano alla polizia le seguenti dichiarazioni relative alle loro azioni tra le 22 e le 22 e quindici.

Andrea : « Dapprima ho ricevuto la visita di Bruce durata 3 minuti, più tardi quella di Dimitri durata 4 minuti; infine, ho ricevuto una telefonata da Camilla.»

Bruce : « Io sono andato a trovare Andrea, poi Dimitri e, quindi, con un clic di mouse ho spedito una e-mail.»

Camilla : « Io ho guardato il telegiornale fino alle ore 22 e 5. In seguito ho telefonato ad Andrea per 5 minuti.»

Dimitri : « Io sono andato a trovare Andrea, poi ho ricevuto la visita di Roberto durata 3 minuti.»

Dopo aver verificato la correttezza di tutte queste dichiarazioni, l'ispettore scopre il colpevole.

Come ha fatto ?

Aufgabe 2

5 Punkte

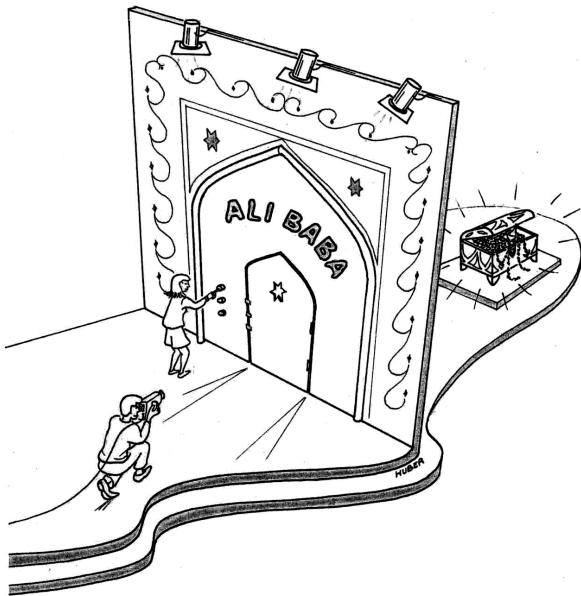
Sesam öffne dich

Im Finale der Fernsehshow „Die Höhle des Ali Baba“ möchte Sophie in die Schatzkammer gelangen.

Die Tür ist mit 3 Riegeln versehen. Jeder ist mit einem Schaltknopf verbunden, bei dessen Betätigung sich der Riegel abwechselnd öffnet oder schließt.

Die Tür ist verschlossen und Sophie weiß nicht, ob ein, zwei oder drei Riegel vorgeschoben sind. Sie darf sieben Mal einen Schaltknopf ihrer Wahl betätigen. Nur wenn alle drei Riegel offen sind, öffnet sich die Tür.

Gib eine Folge von 7 Schaltaktionen an, in deren Verlauf sich die Tür mit Sicherheit öffnen wird, unabhängig davon, wie die Ausgangsstellung der Riegel war.

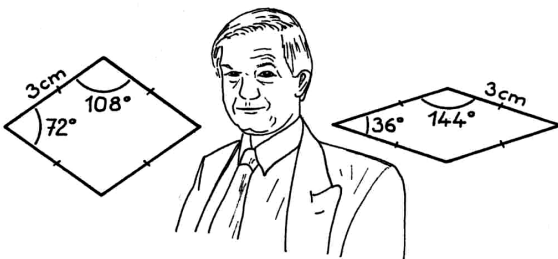


Aufgabe 3

7 Punkte

Dekagomanie

Der englische Mathematiker Sir Roger Penrose (*1931) hat in den Siebziger Jahren eine nicht periodische Parkettierung der Ebene entdeckt, bei welcher nur zwei Arten von Rauten benötigt werden (siehe Abbildung).



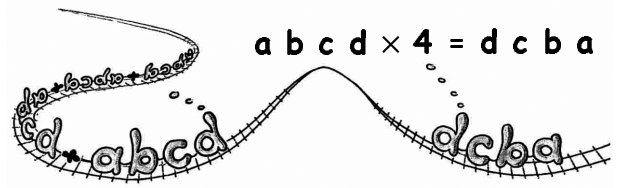
Versuche auf zwei verschiedene Arten ein regelmäßiges Zehneck aus 10 der abgebildeten Rauten zu legen. Jedes Mal sollen dazu 5 Rauten von jeder Sorte verwendet werden.

Klebe nun auf das Antwortblatt eine Figur, welche deine beiden Zehnecke enthält, aber aus weniger als 20 Rauten besteht.

Aufgabe 4

5 Punkte

sträwkcüR



Gesucht wird eine vierstellige Zahl mit verschiedenen Ziffern. Wenn man sie mit 4 multipliziert, erhält man die gleichen Ziffern, aber in umgekehrter Reihenfolge.

Finde eine solche Zahl!

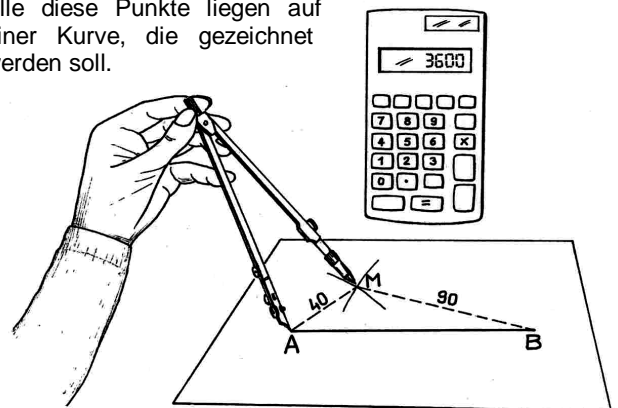
Aufgabe 5

7 Punkte

Produktiv

A und B sind zwei Punkte mit dem Abstand 120 mm. Gesucht sind Punkte M, die alle mit A und B in einer Ebene liegen und für die $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 3600 \text{ mm}^2$ gilt.

Alle diese Punkte liegen auf einer Kurve, die gezeichnet werden soll.



Zeichne auf das Antwortblatt die Punkte A und B. Markiere dann in rot ausreichend viele Punkte M mit der genannten Eigenschaft, so dass die Gestalt der Kurve erkennbar wird. Vervollständige die Kurve durch Verbinden der Punkte.

Notiere auf die Rückseite deines Blattes alle Zahlenpaare, welche du verwendet hast, um die Punkte M zu konstruieren.

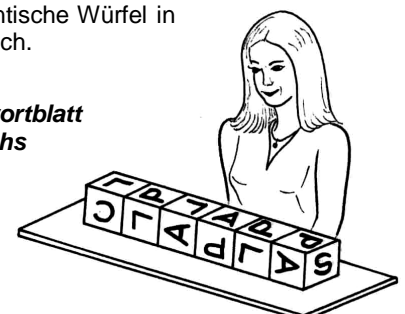
Aufgabe 6

5 Punkte

Ansichtssache

Etienne legt sechs identische Würfel in einer Reihe auf den Tisch.

Zeichne auf das Antwortblatt die Rückseite der sechs abgebildeten Würfel, so wie Barbara sie sieht.



Aufgabe 7

7 Punkte

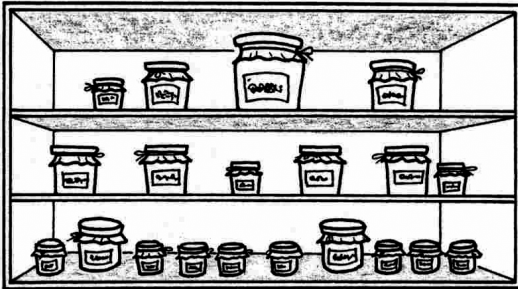
Süße Last

Peter kocht mit seiner Oma Johannisbeergelee ein.

Sie füllen 20 Gläser in 3 verschiedenen Größen. Die gefüllten Gläser wiegen zusammen 8,4 kg.

Peter setzt die Gläser so auf 3 Regalbretter, wie es in der Zeichnung zu sehen ist. Dabei hat er beachtet, dass alle drei Bretter das gleiche Gewicht tragen.

Wie viel wiegt jeweils ein Glas jeder Größe? Begründe!



Aufgabe 8

5 Punkte

Europa on line

Berlin (D), Cardiff (GB), Göteborg (S), Lausanne (CH), Madrid (E), Neapel (I), Paris (F), Pilsen (CZ), Utrecht (NL) und Warschau (PL) sind 10 europäische Städte.

Auf meiner Karte ist mir aufgefallen, dass jeweils vier dieser Städte auf einer von fünf Geraden liegen.



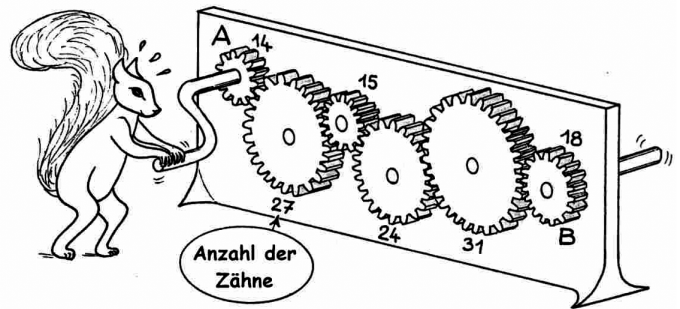
Zeichne auf das Lösungsblatt 10 Punkte, von denen jeweils 4 auf einer von 5 Geraden liegen.

Zeichne dann eine zweite Figur mit 15 Punkten, von denen jeweils 5 auf einer von 6 Geraden liegen.

Aufgabe 9

7 Punkte

Finde den Dreh



Wie viele vollständige Umdrehungen muss das Zahnrad A mindestens ausführen, damit das Zahnrad B ebenfalls eine ganze Anzahl von Umdrehungen macht?

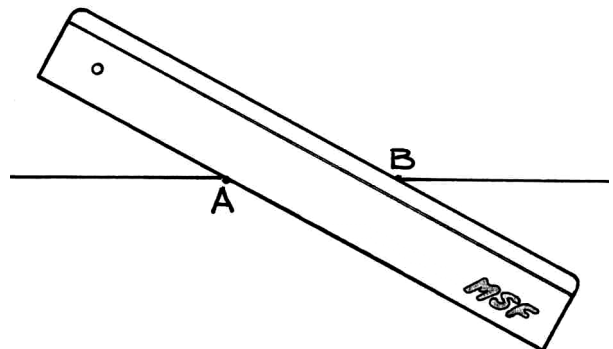
Wie oft hat sich dann das Zahnrad B dann gedreht? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 10

10 Punkte

Dreigeteilt

Bruno möchte die Strecke AB in drei gleich lange Teilstücke zerlegen. Er hat dazu nur einen Bleistift und ein Lineal ohne Längenmarkierungen mit parallelen Kanten zur Verfügung.



Zunächst legt er sein Lineal so, wie es in der Abbildung zu sehen ist. Er zeichnet zwei Parallelen, von denen eine durch A und die andere durch B geht. Nun legt er das Lineal in einer anderen Richtung an und erhält so eine Raute mit der Diagonalen AB.

Mit Hilfe seines Lineals zeichnet er anschließend sorgfältig ein Netz von Rauten, welche zur ersten Raute kongruent sind. Indem er geeignete Punkte dieses Netzes miteinander verbindet, gelingt es Bruno, die Dreiteilung der Strecke AB durchzuführen.

Zeichne eine Strecke der Länge 8 cm und zerlege sie mit Brunos Methode in drei gleich lange Teile.

Beweise, dass die drei Teilstrecken tatsächlich gleich lang sind.

Klasse 11

Aufgabe 11

5 Punkte

Das wusste schon der alte Shu: $R = \frac{2 \cdot A}{u}$

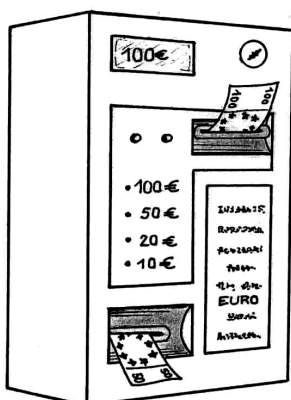
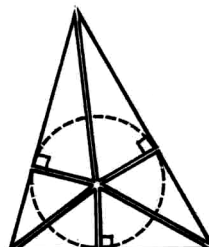
Bei einer Reise nach China entdeckte Marco im Manuskript *Chu Chang Suan Shu* ein Dreieckspuzzle, auf dem auch der Inkreis des Dreiecks zu sehen ist. Durch die Verbindungsstrecken des Inkreismittelpunktes mit den Eckpunkten des Dreiecks und durch die Berührradien wird das Dreieck in 6 Teildreiecke zerlegt.

Mit Hilfe dieses Puzzles kann man zeigen, dass für den Umfang U , den Flächeninhalt A und den Inkreisradius R eines Dreiecks die in der Überschrift genannte Formel gilt.

Konstruiere auf dem Antwortblatt ein Dreieck mit den Seiten 10, 12 und 14 cm mit seinem Inkreis und den drei Berührradien.

Wiederhole die Konstruktion auf einem zweiten Blatt und zerschneide dieses Dreieck in die sechs genannten Teildreiecke. Setze daraus ein Rechteck mit der Seitenlänge R zusammen und klebe es auf das Antwortblatt.

Erkläre schließlich, wie man zu der im Aufgabentitel genannten Formel gelangt.



Aufgabe 12

7 Punkte

Euromat

Ein Wechselautomat für Geldscheine akzeptiert Scheine von 100 €, 50 €, 20 € und 10 €.

Die eingeführten Scheine werden wie folgt gewechselt:

- 100 € in 1 mal 50 €, 1 mal 20 €, 2 mal 10 € und 2 mal 5 €
- 50 € in 1 mal 20 €, 2 mal 10 € und 2 mal 5 €
- 20 € in 1 mal 10 € und 2 mal 5 €
- 10 € in 2 mal 5 €

Zu Beginn befüllt man den Automaten mit Scheinen von 50, 20, 10 und 5 € und zwar so, dass er insgesamt genau 100 Wechselvorgänge durchführen kann, unabhängig davon, welche der vier Wechselarten gewählt wird.

Nachdem der Automat 100 Wechselvorgänge ausgeführt hat, überprüft man seinen gesamten Inhalt. Er enthält 20 Scheine von 100 €, 130 Scheine von 50 €, 40 Scheine von 20 € und 70 Scheine von 10 €.

Wie viele Scheine jeder Sorte wurden im Laufe der 100 Wechselvorgänge in den Automaten eingeführt? Begründe.

Aufgabe 13

10 Punkte

Geschmeidig

Leonardo bewundert in der Auslage eines Juweliers einen Anhänger, dessen goldenes Kettchen sich um einen Kegel schmiegt. Die Linie, welche das Kettchen auf dem Kegelmantel beschreibt, ist der kürzeste Weg vom Aufhängepunkt P um den Kegel herum zurück zu P .

Die Grundfläche des Kegels hat einen Durchmesser von 21 cm. Die Mantellinie SA des Kegels ist 35 cm lang, der Punkt P ist 30 cm von der Kegelspitze S entfernt.

Zeichne zunächst im Maßstab 1:5 die Abwicklung der Mantelfläche des Kegels nach dem Aufschneiden längs der Geraden (SP).

Zeichne dann auf dieser Mantelfläche die Linie ein, auf welcher sich das Goldkettchen an den Kegel anlegt.

Berechne schließlich die Länge des Kettchens.

